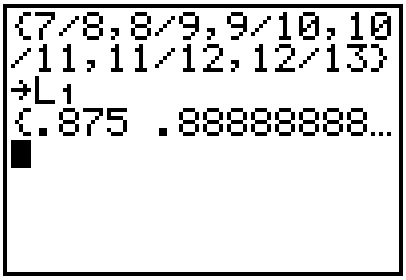
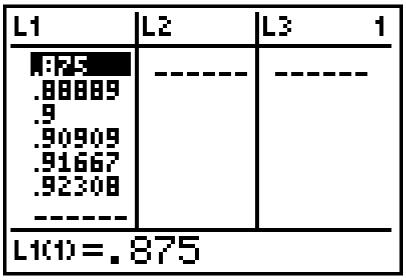
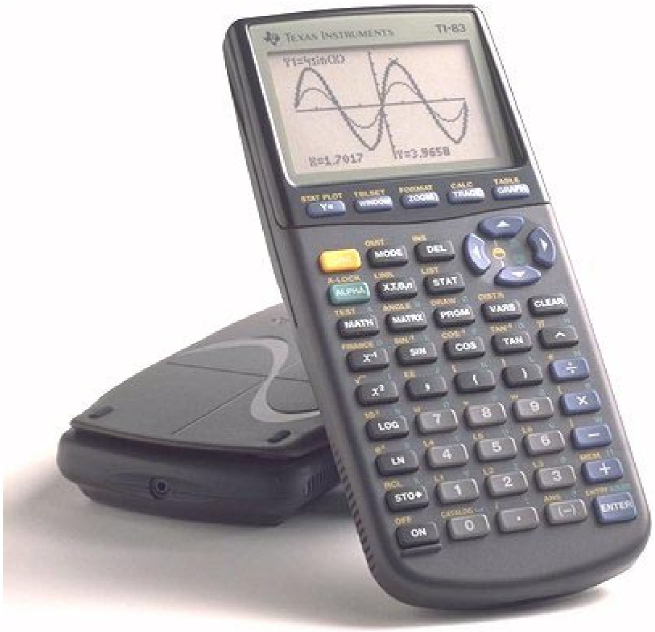
NÚMEROS

TI 83







T³ España

Julio Rodrigo
Salvador Caballero
Floreal Gracia
Fernando Juan
Alfred Mollá
Onofre Monzó
José Antonio Mora
Pascual Pérez
Tomás Queralt

T³ EUROPE

Introducción a las posibilidades de la calculadora gráfica TI83 en el trabajo con Números

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN

El bloque numérico en el bachillerato y ahora en la ESO, ha sido planteado en general según el siguiente esquema

1. introducción a los conceptos de los diferentes números,
2. justificar su necesidad,
3. un trabajo práctico, que generalmente se reduce al dominio de los diferentes algoritmos y,
4. una aplicación sobre problemas más o menos reales.

En la práctica, la premura de tiempo hace que el profesorado se conforme con que sus estudiantes dominen "correctamente" los algoritmos básicos de trabajo con enteros, fracciones, potenciación y radicación.

Este planteamiento limita bastante la concepción posterior que el alumno y la alumna tienen de los números como bloque.

Algunas investigaciones indican que es mucho más interesante introducir los números a través de la resolución de problemas, llegar al concepto de número trabajando situaciones problemáticas que les hagan interiorizar mejor los conceptos. Esto se consigue mediante un proceso de aprendizaje más lento, aunque más efectivo, que obliga necesariamente a una menor dedicación al trabajo con algoritmos.

Los algoritmos que enseñamos en la escuela no son los únicos que han existido a lo largo de la historia. Como si de una ley de selección natural se tratase, enseñamos aquellos que han sobrevivido por ser los más eficaces y los más sencillos de aplicar. Por ejemplo, el algoritmo de la multiplicación que actualmente tenemos, lo utilizamos no por ser único, sino por ser el más sencillo con lápiz y papel.

Cuando enseñamos el mecanismo del algoritmo de la multiplicación, ¿estamos realmente explicando lo que es una multiplicación?, ¿enseñamos el mecanismo interno del algoritmo?, ¿saben por qué hay que colocar el resultado de cada multiplicación parcial en filas, desplazándolas cada vez hacia la izquierda?.

Si explicamos el mecanismo interno del algoritmo, la pregunta sería: ¿por qué no explicar otros algoritmos de la multiplicación?. Si realmente sólo aplicamos una técnica para multiplicar, entonces está perfectamente justificado que utilicemos el algoritmo más fácil, rápido y eficaz que existe, el de la calculadora.

Hay alumnos y alumnas que se descuelgan de las matemáticas en primero de ESO (por ejemplo), cuando no son capaces de llegar a los algoritmos de trabajo con fracciones. La utilización de la calculadora permitiría que este grupo pudiese continuar dentro de la enseñanza de las matemáticas al no verse desplazado por no dominar una técnica concreta, en un tiempo determinado, sin que ello quiera decir que no lo aprendan más tarde. Esto sólo justificaría la máxima participación de la calculadora en clase.

El entorno gráfico y las posibilidades especiales de la calculadora gráfica, son un buen aliado para la introducción de los números a través de la resolución de problemas. Aspectos como la facilidad para pasar de fracciones a decimales y viceversa, la observación de cualquier operación de fracciones, enteros, potencias o radicales, o la utilización de listas y funciones matemáticas especiales, favorecen el acercamiento de los números a los alumnos y las alumnas.

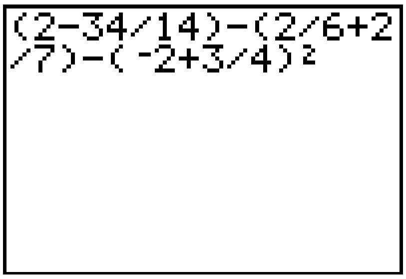
Con los siguientes ejemplos intentaremos mostrar cómo la calculadora gráfica puede ayudar a simplificar al máximo el trabajo con algoritmos, y en otros casos cómo la podemos utilizar para introducir y profundizar en los conceptos.

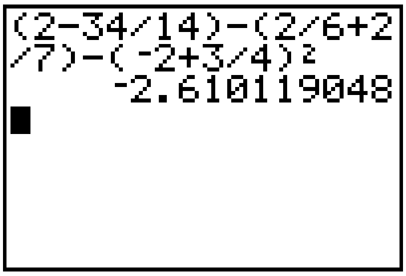
Las teclas de la calculadora que vamos a utilizar son las siguientes:

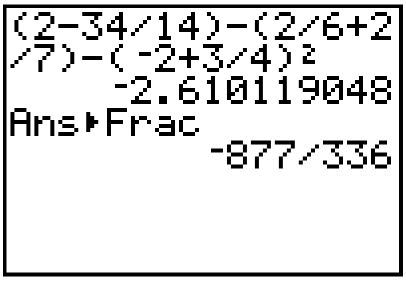
a) Tecla [MATH], menú [MATH], opciones 1,2,3,4 y 5
b) Tecla [2nd] [x^2]
c) Tecla de potenciación [^]
d) Teclas de paréntesis [(] [)]
e) Tecla [2nd][MATH] menú TEST
f) Tecla [MATH] menú NUM, opciones 6 y 7.
g) Tecla [MODE] menús Normal y Sci, número de decimales.
h) Tecla [2nd] [,]
i) Teclas de creación de listas [2nd] [(] y [)]

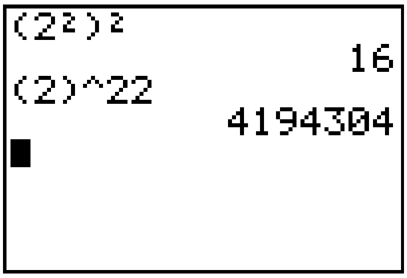
2. PRIORIDAD Y ORDEN EN LAS OPERACIONES

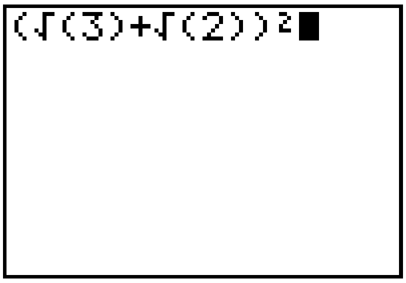
La calculadora gráfica nos permite teclear los números para que las operaciones aparezcan casi igual que en el papel, con lo que se eliminan algunos errores en la escritura de las expresiones:

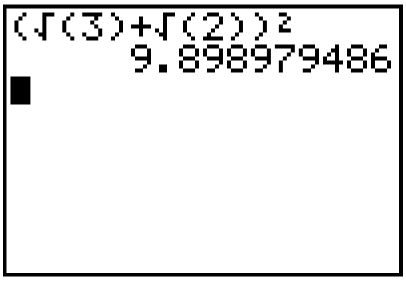












De todas formas al trabajar con la calculadora, conviene siempre saber cómo hay que introducir los datos, y qué tipo de prioridad utiliza en las operaciones.

Veamos algunos ejercicios planteados para el alumnado.

2.1. Observa y realiza las siguientes operaciones (en primer lugar intenta aventurar el resultado mentalmente o con papel y lápiz y después con la calculadora):

a) 18 x 24 + 32
b) 18 + 24 x 32
c) 18 + 24 : 32
d) 18 : 24 + 32
e) 18 : 24 x 32

f) 18 x 24 : 32
g) 18 x (24 + 32)
h) (18 + 24) x 32
i) (18 + 24) : 32
j) 18: (24 + 32)

¿Qué operación es prioritaria para la calculadora: la suma o el producto?.
¿Qué ocurre en los apartados e) y f)?.

¿Qué diferencia hay entre los problemas de la columna de la derecha y la columna de la izquierda?.
Interpreta los resultados y extrae conclusiones.

2.2. Las siguientes operaciones conducen, por supuesto, a resultados distintos:

a) (6/5 + 3/7) x 6/8 - 5
b) 6/5 +(3/7 x 6/8) - 5
c) 6/5 + 3/7 x (6/8 - 5)
d) (6/5 + 3/7 x 6/8) - 5
e) 6/5 + (3/7 x 6/8 - 5)
f) (6/5 + 3/7) x (6/8 - 5)

¿Qué consecuencias se extraen respecto al orden en que la calculadora realiza las operaciones?.

Utiliza los resultados para practicar las teclas $\boxed{\text{MATH}}$, menú $\boxed{\text{MATH}}$, las dos primeras opciones .

2.3. ¿Cómo deben introducirse los datos para obtener una raíz cuadrada, cúbica o una raíz enésima ?.

2.4. Realiza las siguientes operaciones con la calculadora:

a) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2$ b) $\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}+\sqrt{6}\right)^5$

2.5. Ordena según el tamaño los siguientes números:

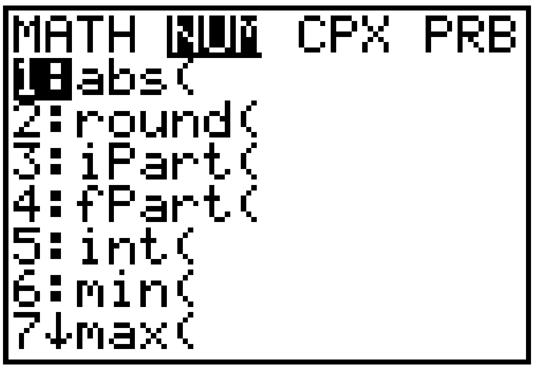
$(2^2)^2$, $(22)^2$, $(2)^{22}$, $(2)^{(2+2)}$, -2^{22} , 2^{2x2} , $(-2)^{22}$

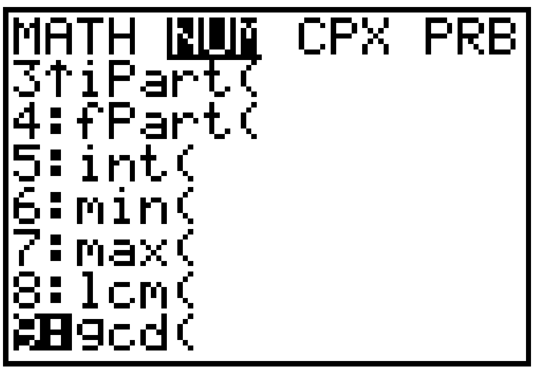
2.6. Calcula el valor de:

$$(1/9+6/13)^{(3/4-6/5)}$$

2.7. Investigando menús.

En la tecla $\boxed{\text{MATH}}$ opción NUM, encontramos los siguientes menús:





Investiga para qué sirve de cada una de las opciones.

3. FRACCIONES, DECIMALES.

La posibilidad de pasar de fracciones a decimales, y viceversa, unido a la posibilidad de poner resultados en listas, que se pueden observar inmediatamente, así como ordenarlas, facilita bastante el trabajo con fracciones y decimales. Veamos algún ejemplo de problemas para la utilización de la calculadora gráfica. Por otra parte el menú TEST permite que el alumno o la alumna pueda hacer conjeturas, para posteriormente comprobar los resultados.

3.1. Algoritmo de cálculo de fracciones con la calculadora

a) Realiza con la calculadora el siguiente cálculo. $2+\frac{1}{3}\left(\frac{5}{7}+\frac{1}{3}\right)+\frac{1}{3}\frac{1}{6}$

¿Podrías realizar el cálculo anterior sin utilizar paréntesis?

El resultado la calculadora lo presenta en forma decimal. Utiliza la tecla $\boxed{\text{MATH}}$ $\boxed{1}$ $\boxed{\text{ENTER}}$, para pasarlo a fracción.

b) Calcula con el método de mínimo común múltiplo la siguiente operación con fracciones. Después calcula el resultado con la calculadora. Obtén el resultado en forma de fracción y en forma decimal.

$$\left(2-\frac{34}{14}\right)-\left(\frac{2}{6}+\frac{2}{7}\right)-\left(-2+\frac{3}{4}\right)^2$$

3.2. Decimal exacto o periódico

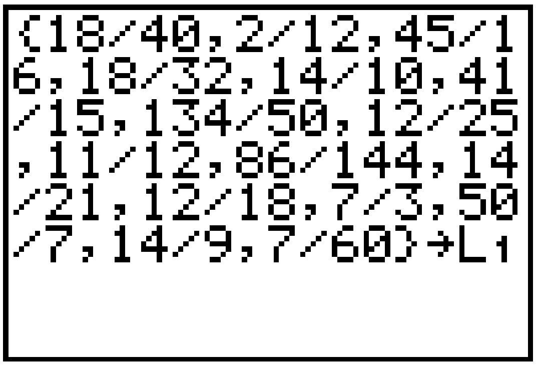
¿Qué fracciones dan lugar a decimal exacto o periódico?

Analiza el resultado decimal de las siguientes fracciones. Clasifícalas según sea su expresión decimal.

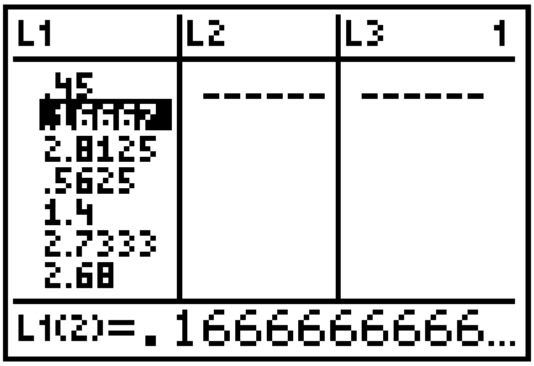
18/40	2/12	45/16	18/32
14/10	41/5	134/50	12/25
11/12	86/144	14/21	12/18
7/3	50/7	14/9	7/60

El método de resolución del problema podría ser:

Se trata de que el alumnado llegue a clasificar las fracciones según su parte decimal, para poder definir al final del proceso fracciones con decimal exacto, periódico puro o mixto.



Primero introducimos en una lista las fracciones que vamos a estudiar: [2nd] [(] , colocamos las fracciones separadas por comas, [,], y cerramos la lista [2nd] [)]. Introducimos estos datos en la lista número uno, [STO▶] [2nd] [1]. Al pulsar [ENTER] aparece el resultado de las fracciones en forma decimal, con la tecla [▶] van apareciendo los diferentes resultados.



Para observar los resultados almacenados pulsamos la tecla [STAT], menú EDIT, 1:Edit. Aparecerán en la pantalla, con cuatro decimales, el valor de las fracciones en forma decimal, en el orden que se hayan introducido. Si no aparace la lista L1 en el editor, nos moveremos con las flechas hasta un espacio vacio, y pulsaremos [2nd] [1] [ENTER] para que aparezca la lista. En la parte inferior se observará el resultado de la fracción, con más cifras.

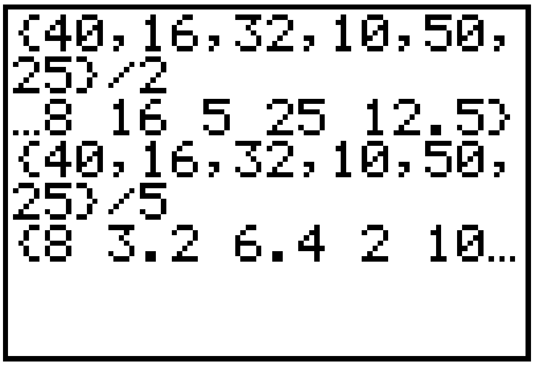
Con los datos obtenidos podemos construir una tabla para analizar los datos.

Fracción	Forma decimal	Fracción	Forma decimal
18/40	0.45	11/12	0.916666666
20/120	0.166666666	86/144	0.597222222
45/16	2.8125	14/21	0.666666666
18/32	0.5625	12/18	0.666666666
14/10	1.4	7/3	2.333333333
41/15	2.733333333	50/7	7.142857142
134/50	2.68	14/9	1.555555555
12/25	0.48	7/60	0.116666666

En este punto el alumnado observa que hay fracciones, con sus propias palabras, con "decimal más corto" (decimal finito), y otras fracciones con "decimal más largo, que no se acaba" (decimal infinito). Aprovecharemos para introducir el concepto de DECIMAL EXACTO, PERIÓDICO PURO Y PERIÓDICO MIXTO. Aparecerá una primera clasificación:

Fracción	Decimal finito	Fracción	Decimal infinito
18/40	0.45	20/120	0.166666666
45/16	2.8125	41/15	2.733333333
18/32	0.5625	11/12	0.916666666
14/10	1.4	86/144	0.597222222
134/50	2.68	14/21	0.666666666
12/25	0.48	12/18	0.666666666
		7/3	2.333333333
		50/7	7.142857142
		14/9	1.555555555
		7/60	0.116666666

El profesor puede pedir al alumnado que observen los denominadores de las fracciones para ver si encuentran alguna regularidad. En el caso de los decimales finitos observarán con relativa facilidad que sus denominadores están relacionados con el 2 y el 5. Una forma de analizar esta relación es estudiar los denominadores, colocándolos en una lista, y dividirlos por 2 y por 5.



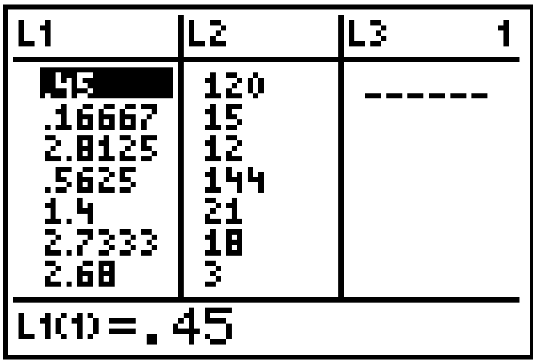
Viendo los resultados de las divisiones, observamos que todos son divisibles por 5 ó por 2. Llegado a este punto podemos proponer otras fracciones cuyos divisores sean múltiplos exclusivamente del 2 ó del 5, para observar que tienen decimal finito.

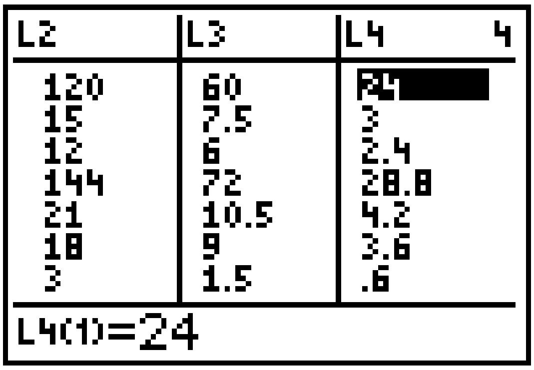
Podremos entonces llegar a la conclusión de que si los únicos divisores primos que tiene el denominador son el 2 ó el 5, las fracciones tienen un número EXACTO de cifras decimales.

Podemos pensar que tenemos un camino para solucionar el problema. Se puede estudiar si el resto de los divisores de período largo son divisibles por 2 ó 5. Para ello construimos una nueva lista con los divisores de las fracciones de periodo infinito, y analizaremos con la calculadora si son divisibles por estos números.

Veamos otro método de hacerlo. Pulsamos la tecla STAT menú EDIT, 1:Edit., nos colocamos sobre la lista L_2 y ponemos los valores de los denominadores.

Llevamos el cursor a L_3, pulsamos $\boxed{\text{ENTER}}$ y la máquina nos da la oportunidad de poner la $L_3=L_2/2$, para obtener los denominadores que son divisibles por 2. Hacemos lo mismo con la L_4 ($L_4=L_2/5$) para saber que denominadores son divisibles por 5.





Con ello podremos construir una nueva tabla utilizando estos datos

Fracción	Forma decimal	Denominador divis. por 2	Denominador divisible por 5	Denominador divisible por otros números
20/120	0.166666666	x	x	x
41/15	2.733333333		x	x
11/12	0.916666666	x		x
86/144	0.597222222	x		x
14/21	0.666666666			x
12/18	0.666666666	x		x
7/3	2.333333333			x
50/7	7.142857142			x
14/9	1.555555555			x
7/60	0.116666666	x	x	x
18/40	0.45	x	x	
45/16	2.8125	x		
18/32	0.5625	x		
14/10	1.4	x	x	
134/50	2.68	x	x	
12/25	0.48		x	

Si ampliamos estas columnas a otras fracciones seguramente podremos conseguir que nuestros alumnos y alumnas puedan llegar a solución del problema.

Tipo de divisibilidad del numerador	Tipo de periodo
Divisible sólo por el 2 y/o el 5	Decimal exacto
Divisible por números distintos del 2 y/o el 5	Periódico puro
Divisible por 2 y/ó el 5 y por otros números	Periódico mixto

Una cuestión posterior consiste en analizar por qué ocurre esto, ¿qué hace de especial al 2 y al 5 para que aparezca el periodo exacto?, ¿tendrá algo que ver con que 2x5 = 10?, ¿qué implica la división por 10, 100, 1000, etc.?.

Al realizar este problema es posible que haya aparecido alguna dificultad con saber qué tipo de periodo tiene 50/7, este problema vendrá estupendamente para plantearse el siguiente.

3.3. Estudiar qué tipo de periodo tiene las fracciones 9/17 y 6/13.

3.4. 7/6 en forma decimal es 1.666666666666.

Escribe una fracción que sea un poco mayor que la dada

Escribe la diferencia en forma decimal

Escribe otras fracciones que hagan esa diferencia cada vez más pequeña.

Dadas las fracciones 7/11 y 31 / $\boxed{}$, completa la segunda de manera que sea un poquito mayor que la primera.

Prueba con otras fracciones.

3.5. Dado el número decimal 0.8095238095, ¿serías capaz de encontrar, buscando con la calculadora, un número fraccionario que represente a este número decimal?.

3.6. Comparar fracciones

Compara mentalmente las fracciones. Posteriormente utilizando el menú **TEST** comprueba si son ciertas las conjeturas. Puedes comprobarlo también utilizando el menú **MATH NUM 6:min ó 7:max**

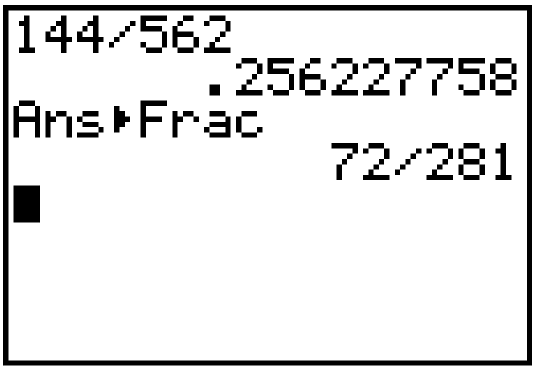
a) 1/2 es mayor que 1/3
b) 1/6 es menor que 1/4
c) 2/3 es lo mismo que 4/6
d) 1/100 es menor que 1/10
e) 1/4 es menor que 3/8
f) 1/2 es igual que 4/8
g) 4/4 es lo mismo que 1
h) 2/8 es menor que 1/4
i) 2/3 es menor que 2/4
j) 1/4 es menor que 1/5
k)1/8 es mayor que 1/3

3.7. ¿Qué signos faltan?. Primero conjetura el resultado y después compruébalo con el menú TEST de la calculadora. Utiliza para rellenar los huecos las operaciones + , - , x .

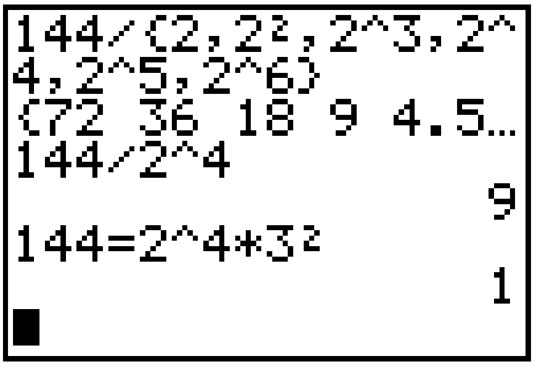
3/5 $\square$ 2/3 = -1/15
8/7 $\square$ 9/2 = 36/7
7/4 $\square$ 2/5 = 7/10
3/2 $\square$ 5/3 = 9/10
4/5 $\square$ 1/2 = 13/10
2/5 $\square$ 7/2 = -31/10

3.8. Simplificar fracciones y obtener divisores.

Hay un truco para simplificar fracciones con la calculadora gráfica, consiste en utilizan la tecla MATH , menú Frac. Basta con pasar la fracción a decimal y posteriormente pedirle a la máquina que te devuelva de nuevo la forma decimal.



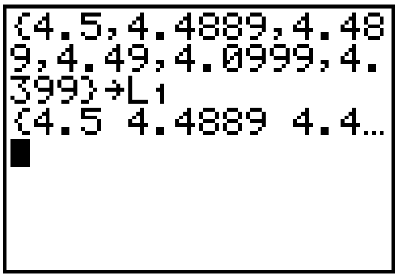
Igualmente utilizando listas podemos hallar los divisores de un número, comprobando finalmente si la descomposición es correcta utilizando la tecla [2nd] [MATH] , tecla =. Veamos la obtención de los divisores de 144:

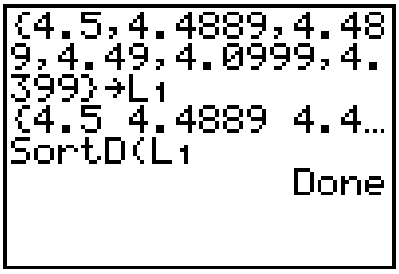


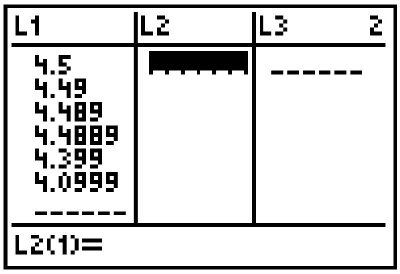
3.9. Ordena de mayor a menor los siguientes números:

4.5 , 4.4889 , 4.489 , 4.49 , 4.0999 , 4.399

Primero escribe el resultado y posteriormente comprueba con la calculadora si es correcto, utilizando el menú STAT EDIT, 2:SortA (ó 3:Sort D (







4. NÚMEROS ENTEROS

La calculadora gráfica puede tener un papel importante a la hora de la comprensión de los algoritmos, dado que el soporte gráfico permite observar las operaciones y sus resultados de manera instantánea, observando lo que se ha introducido en la calculadora con total exactitud. La utilización de la tecla [2nd] [MATH] , menú TEST, con la posibilidad de evaluar cuándo es correcto el resultado, favorece la comprensión de las operaciones.

Veamos en cada caso algún ejemplo de al utilización de la calculadora gráfica.

4.1. Completa las siguientes desigualdades colocando en el espacio ____ el símbolo $<$ o $>$ que corresponda.

8 + 4 x (-3) ____ - 10
- 5 + (-6) - (-3) ____ - 10
- 3 x (-5) - (-2) x (-1) ___ 14

Primero conjetura y después comprueba con el menú TEST de la calculadora si son ciertas o falsas tus conjeturas.

4.2. Encuentra los valores que debes colocar en los huecos para que la operación sea correcta. Utiliza el menú TEST para comprobar si las soluciones son correctas.

a)

(-3) + ____ = - 1 8 - ____ = - 1

4 + ____ = - 2 5 - ____ = - 1

5 + ____ = - 3 (-5) + ____ = 6

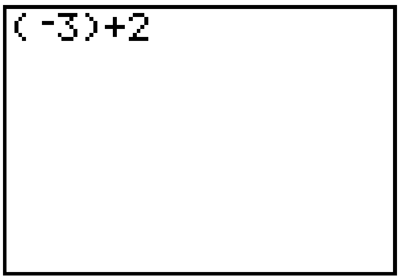
b)

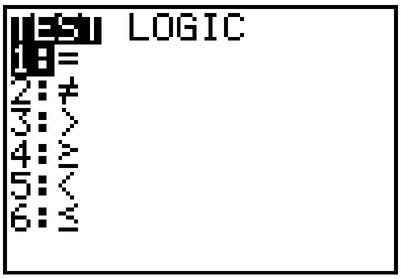
3 + ____ - 5 = 2 9 - ____ + 5 = - 3

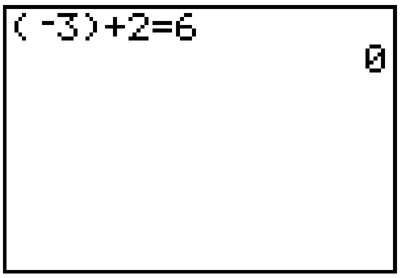
8 - ____ - 3 = - 1 1 + ____ - 4 = 10

4 - 6 + ____ = - 1 - 6 + ____ - 4 = 7

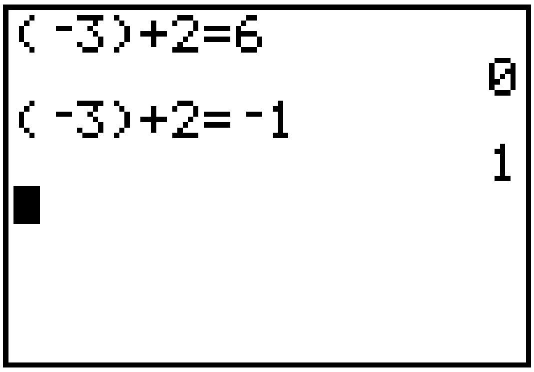
Veamos con algunas pantallas cómo funciona el menú TEST. Trabajando desde la pantalla principal, escribimos la operación que queremos evaluar, y para colocar la tecla = en la pantalla, pulsaremos la tecla [2nd] [MATH] para entrar en el menú TEST, en este pulsaremos 1, para posteriormente escribir el resultado de la operación:







La calculadora devuelve un 1 si la operación es correcta, y un 0 si es falsa.



4.3. Realiza las operaciones con lápiz y papel, después comprueba el resultado con la calculadora. Si no coincide el resultado, realiza con la calculadora cada una de las operaciones parciales que hayas realizado.

7 - (-3) + (-8) =

6 + (-2) -(+4) =

(-5) - (-2) + (-3) =

(-4) - (-9) + (-1) =

- 3 x (-5 + 8) + (-4) x (2 - 3) =

4.4. Propiedades de la suma de enteros

Propiedad conmutativa:

Analiza las siguientes operaciones y extrae conclusiones:

a) (-2) + (-3) b) (-3) + (-2)
c) (-2) + 3 d) 3 + (-2)
e) (-6) + 4 f) 4 + (-6)
g) (-2) + (-8) h) (-8) + (-2)

Propiedad asociativa:

Analiza las siguientes operaciones y extrae conclusiones:

a) ((- 3) + 5) + (-2) b) (-3) + (5 + (-2))
c) ((- 4) + 7) + (-3) d) (-4) + (7 + (-3))
e) ((- 5) + 6) + (-1) f) (-5) + (6 + (-1))

Elemento neutro

Buscar si existe en cada caso un valor que al ponerlo en el hueco haga cierta la igualdad:

a) (-8) + ( ) = (-8) b) ( ) + (-8) = (-8)
c) (-5) + ( ) = (-5) d) ( ) + (-5) = (-5)
e) (-7) + ( ) = (-7) f) ( ) + (-7) = (-7)

Se puede generalizar este resultado

Elemento opuesto

Buscar si existe en cada caso un valor que al ponerlo en el hueco haga cierta la igualdad:

a) (-67) + = 0 b) (24) + = 0
c) (-14) + = 0 d) (17) + = 0

¿Es generalizable el resultado?.

4.5. Estudia las propiedades de 4.4 para la resta, producto y división de enteros.

4.6. El producto de dos números es - 20
¿Qué se puede decir de esos números?
¿Qué número multiplicado por si mismo es igual a 9?
¿Qué número elevado al cuadrado es igual a 36?. ¿Y si fuese –36?
¿Hay respuesta?¿Es única la respuesta?

4.7. Rellena los huecos en las siguientes operaciones, después comprueba el resultado con la calculadora:

(3) . ( ).(4) = 60 (-3) - ( ) . (-6) = - 27 (8) . ( ) - (5) = -13

(4) . ( ) - (5) = - 9 (-8) . ( ) + (-1) . ( ) = 12 (-2) . ( ) . ( ) . (-2) = 16

5. POTENCIAS Y RADICALES

5.1. Cálculo de raíces por aproximación

Calcular por aproximación, sin utilizar la tecla de la raíz, la $\sqrt{864}$, o sea buscar un valor a de tal forma que $a^2 = 864$.

Estudia el mismo problema para $\sqrt[3]{364}$ y $\sqrt[4]{365}$

5.2. Cálculo de las raíces con la calculadora

Estudiar la utilización de la tecla $\sqrt{\ }$ que aparece directamente en el teclado.

Estudia la tecla $\sqrt[3]{\ }$ y $\sqrt[x]{\ }$ que aparecen en el menú MATH.

5.3. Calculo de potencias con la calculadora

La calculadora posee dos teclas de utilización directa para calcular la x^2 y x^{-1}.

Para el resto de las potencias hay una tecla específica, la tecla Ù. Investiga la utilización de esta tecla.

5.4. Estudio de las propiedades de las potencias utilizando la calculadora.

Encuentra una potencia del número de la base que trabajamos en cada caso, para que colocándola en el hueco haga cierta la igualdad. Cuando creas tener el resultado, evalúa con el menú TEST si es cierta la igualdad

$4^3 \times \square = 4^6$	$\square \times 6^7 = 6^5$
$7^8 \times \square = 7^2$	$5^4 \times 5^2 = \square$
$3^6 \times \square = 3^8$	$6^2 \times 6^4 = \square$
$2^2 \times \square = 2^4$	$\square \times 3^4 = 3^2$

¿Qué conclusiones obtienes?.

Haz el mismo problema cambiando la multiplicación por la división. Obtén conclusiones.

¿Serían generalizables las propiedades anteriores si cambiamos la multiplicación por la suma o la resta?.

Nota: Puedes utilizar la función lista para simplificar el trabajo. Ejemplo:

$4^3 x \{4^2, 4^3, 4^4\} = \{1024\ 4096\ 16384\}$ si 4^6 es 4096 tendríamos resuelto el primer ejercicio.

5.5. Investigar qué valor hay que poner en cada $\square$ para que la igualdad sea cierta:

a) $3^4 . 3^5 = 3^{\square}$	b) $6^4 . 6^{\square} = 6^5$
c) $5^{\square} . 5^2 = 5^6$	d) $(1/2)^4 . (1/2)^5 = (1/2)^{\square}$
e) $(1/5)^{\square} . (1/5)^3 = (1/5)^6$	f) $(6/5)^6 . (6/5)^4 = (6/5)^{\square}$
g) $(2/5)^{\square} . (2/5)^{4/3} = (2/5)^{6/5}$	

Generalizar los resultados y redactar conclusiones.

5.6. Busca el valor que debes colocar en el hueco para que se cumpla la igualdad. Primero conjetura el valor y posteriormente comprueba tu conjetura con el menú TEST. Plantea otros problemas parecidos y extrae conclusiones.

$2^6 \text{ x } (\quad)^6 = (2\text{x}3)^6$	$(\quad)^3 \text{ x } 3^3 = (4\text{x}3)^3$
$2^6 \text{ x } 3^6 = (2 \text{ x } \quad)^6$	$(\quad)^6 \text{ x } 2^6 = (3 \text{ x } 2)^6$
$(\quad)^5 \text{ x } 6^5 = (2 \text{ x } 6)^5$	$3^4 \text{ x } (\quad)^4 = (3 \text{ x } 6)^4$
$4^3 \text{ x } 5^3 = (4 \text{ x } \quad)^3$	$8^2 \text{ x } (\quad)^2 = (8 \text{ x } 3)^2$

5.7. Se puede realizar un estudio parecido para el resto de las propiedades de las potencias y los radicales. La calculadora permite conjeturar, equivocarse y llegar a conclusiones sobre las propiedades de potencias y radicales.

Ejemplo:

Busca el valor que hay que poner en cada caso dentro de la raíz para que se haga cierta la igualdad:

$\sqrt[3]{7}\sqrt[3]{\quad}=\sqrt[3]{21}$ $\qquad$ $\sqrt[4]{\quad}\sqrt[4]{8.2}=\sqrt[4]{59.86}$

$\sqrt[5]{\quad}\sqrt[5]{3}=\sqrt[5]{6}$ $\qquad$ $\sqrt[6]{7}\sqrt[6]{\quad}=\sqrt[6]{51.1}$

5.8. Investiga qué valor hay que poner en cada $\bigcirc$ para que la igualdad sea cierta:

$$\sqrt[3]{6}.\sqrt[3]{7}=\sqrt[\bigcirc]{42} \qquad \sqrt[5]{4}.\sqrt[\bigcirc]{8}=\sqrt[5]{32}$$

$$\sqrt[\bigcirc]{3}.\sqrt[3]{7}=\sqrt[3]{21} \qquad \sqrt[8]{6}.\sqrt[8]{5}=\sqrt[\bigcirc]{30}$$

$$\sqrt[\bigcirc]{10}.\sqrt[4]{8}=\sqrt[4]{80} \qquad \sqrt[6]{20}.\sqrt[\bigcirc]{6}=\sqrt[\bigcirc]{120}$$

$$\sqrt[\bigcirc]{8}.\sqrt[\bigcirc]{6}=\sqrt[4]{48} \qquad \sqrt[3]{10}.\sqrt[\bigcirc]{4}=\sqrt[\bigcirc]{40}$$

¿Puedes encontrar una fórmula que generalice los resultados anteriores?
¿Podrías encontrar una fórmula similar para la suma?

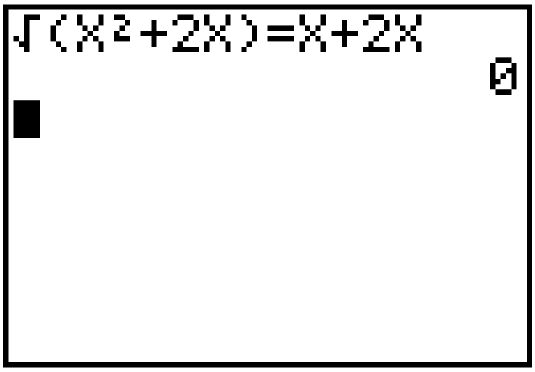
5.9. Utilización del menú TEST para ayudar a solucionar errores clásicos del cálculo y del álgebra. $\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{48}=??$

Hay errores que cometen nuestros alumnos y alumnas que perviven a lo largo del proceso escolar de una manera endémica. Preparando adecuadamente el valor de la "x", para que no nos lleve a un error (hay que darle a la variable x un valor que haga posible la ecuación), la calculadora puede servir para recordarles que son incorrectas, por ejemplo:

Una simplificación errónea:

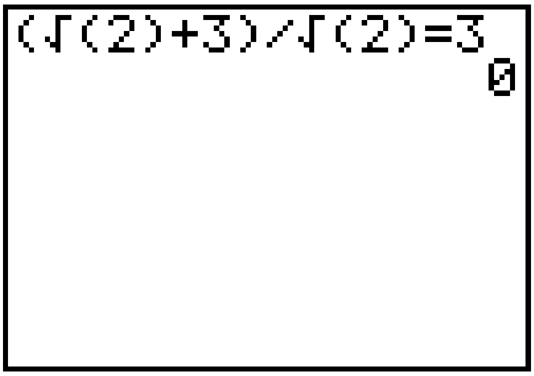
$$\sqrt{x^2+2x}=x+2x$$

El alumno cuando piensa esto sabemos que sabe que el cuadrado y la raíz se simplifica, y lo hace, parte de una norma cierta pero comete un error. Si quiere, puede consultar la calculadora para comprobar si esta expresión es correcta.



Otra simplificación errónea:

$$\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}=3$$



La ayuda que puede obtener el alumnado utilizando este menú es realmente muy potente de cara al trabajo con los errores.

6. NÚMEROS GRANDES Y NÚMEROS PEQUEÑOS. NOTACIÓN CIENTÍFICA.

Si pulsamos la tecla MODE y ponemos la opción Sci, la calculadora trabajará a partir de ese momento siempre en notación científica, lo cual favorece por una parte la comprensión de la notación científica, y por otra la resolución de problemas clásicos donde ésta se hace indispensable.

6.1.¿Qué función tiene la opción Sci?.

1.- Pon la máquina en la opción MODE Sci.
2.- Escribe los números y operaciones que se indican, pulsando posteriormente la tecla ENTER.
3.- Analizar lo que hace la calculadora.

Número/operación	Resultado	Número/operación	Resultado
100		2854	
1000		27462	
10000		0.04	
1/100		-0.0074	
1/1000		10^5	
1/10000		10^{-6}	
200		126284	
3000		654321	
50000		0.12347685	
1/200		0.5364	
1/3000		5342618289393933	
12x6489		$1/10^6$	
12345.6785		24x10000	
3.45		2345x100000	
$1/10^{-6}$		100x1000000	
1/50000		2.63747439	

Los siguientes ejercicios están tomados de los libros de texto del alumnado. La ventaja en este caso de la calculadora gráfica, es que el alumnado puede primero conjeturar el resultado, y luego comprobar si lo que ha pensado es correcto, introduciendo los datos en la calculadora.

6.2. El volumen de la tierra es de 1.080.760.000.000.000.000.000 m^3

Pasar este número a notación científica, comprobar con la calculadora si vuestra conjetura es correcta.

6.3. La masa de un electrón es de 0,000.000.000.000.000.000.000.00.000.911 g. Expresa este número en notación científica, comprueba posteriormente el resultado con la calculadora.

6.4. El diámetro de un átomo de hidrógeno es 0.0000000002 m ¿Cuántos átomos de hidrógeno habría que colocar uno al lado del otro para formar una fila de 2 Km?

6.5. Los gastos mundiales de armamento han sido en 1990 de 875000 millones de dólares. Suponiendo que un dólar es 128 pts.

a) ¿Cuánto dinero se ha gastado por minuto?.
b) ¿Qué cantidad anual, en pesetas, representa por cada uno de los cinco mil millones de seres humanos?.

7. NÚMEROS COMPLEJOS

La Ti-83 tiene la posibilidad de trabajar con números complejos, en forma binómica, o en forma polar. Podemos realizar cualquier tipo de operación con números complejos, así como pasar de una forma a otra.

Una vez más la calculadora permite dedicar menos tiempo al algoritmo para poder dedicarlo a la consolidación del concepto, por ejemplo:

7.1. Si ponemos la tecla MODE en la opción Real: ¿qué ocurre con las raíces negativas?. ¿Qué ocurre si cambiamos la opción MODE a "a+bi"?.

7.2. En la última fila del teclado se encuentra una opción que es la letra "i". Obteniendo las sucesivas potencias de ella, ¿podrías saber que valor tiene?.

8. BIBLIOGRAFIA

FIELKER, D.S. (1986): *Usando las calculadoras con niños de 10 años*, Generalitat Valenciana. Valencia.

HARDY, T. y otros: *Points of Departure*. 2 vols (A.T.M.)

MORA, J.A. (1994): *Calculadoras 2*. Ed. Sur. Granada.

N.C.T.M.(1991) *Stándares curriculares y de evaluación para la educación matemática*. SAEM Thales. Sevilla.

LLINARES, S. y M.V. SÁNCHEZ (1988): *Fracciones*, Síntesis (Matemáticas: cultura y aprendizaje, 4), Madrid, 168 pp.

KAMII, C.K. (1986): *El niño reinventa la aritmética*. Visor. Madrid

SHELL CENTRE FOR MATHEMATICAL EDUCATION (1993): *Problemas con pautas y números*. Servicio Editorial Universidad del País Vasco. Bilbao.