Método Simplex

1. Transformar un sistema de desigualdades en otro de ecuaciones con variables de holgura:

$$\left.\begin{array}{l} 0{,}02x_1+0{,}04x_2\leq 4800 \\ 0{,}04x_1+0{,}02x_2\leq 6000 \\ 0{,}04x_1+0{,}04x_2\leq 6400 \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} \mathit{0{,}02}x_1+\mathit{0{,}04}x_2+\mathit{1}x_3=\mathit{4800} \\ \mathit{0{,}04}x_1+\mathit{0{,}02}x_2+\mathit{1}x_4=\mathit{6000} \\ \mathit{0{,}04}x_1+\mathit{0{,}04}x_2+\mathit{1}x_5=\mathit{6400} \end{array}\right\} \text{(ecuaciones)}$$

Función objetivo a maximizar:

$z=6x_1+4x_2 \Rightarrow z=\mathit{6}x_1+\mathit{4}x_2+\mathit{0}x_3+0x_4+\mathit{0}x_5$

2. Construir la tabla con los datos:

			6	*4*	*0*	*0*	*0*
BASES	**C_K**	**P_0**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**
x_3	0	*4800*	*0,02*	*0,04*	1	0	0
$\leftarrow x_4$	0	*6000*	*0,04*	*0,02*	0	1	0
x_5	0	*6400*	*0,04*	*0,04*	0	0	1
Z_j-C_j $\rightarrow$		0	-6$\uparrow$	-4	0	0	0

Base: nº de variables, igual al nº de ecuaciones.
C_K: Coeficientes de las variables de la base en la función objetivo
P_0: Columna de términos independientes de las ecuaciones.
Inicialmente, x_3=4800, x_4=6000, x_5=6400, x_1 y x_2, no están en la base, valen 0.
x_1, x_2, x_3, ..., x_n: Coeficientes de estas variables en cada una de las ecuaciones.
En la fila superior se pone el valor de esas variables en la función objetivo.

Valores de la última fila, por columnas:

P_0: Multiplicar la columna C_K*P_0 (multiplica los elementos de cada fila y sumar los productos: 0*488+0*6000+0*6400=0.

Resto de valores: Sumar los productos de cada fila de los elementos C_K*x_k, y restarle el coeficiente de la función objetivo (nº encima de la x_k).

Ejemplo: x_1=0*0,02+0*0,04+0*0,04-*6*=-6,

Los valores de las variables que están en la base son 0 (x_3, ...)

- El nº negativo de mayor valor absoluto de la fila **Z_j-C_j** determina la columna de la **variable entrante**, en la base, (se marca con $\uparrow$)
- Para determinar la **variable que sale** de la base, hacer el cociente entre los términos de P_0 y los de la variable entrante, en su misma fila, usando como divisores únicamente los valores positivos.
  x_3: 4800/0,02=240000; **x_4: 6000/0,04=150000**; x_5: 6400/0,04=160000; la variable que obtiene el menor valor sale de la base (se marca con $\leftarrow$).

3. Iniciar segundo cuerpo de la tabla: (Cambia variable saliente por entrante)

			6	*4*	*0*	*0*	*0*
BASES	**C_K**	**P_0**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**
x_3	0	*4800*	*0,02*	*0,04*	1	0	0
←x_4	0	*6000*	(***0,04***)	*0,02*	0	1	0
x_5	0	*6400*	*0,04*	*0,04*	0	0	1
Z_j-C_j →		0	-6↑	-4	0	0	0
x_3	0	$*^{I}$ **1800**	***0***	$*^{III}$ **0,03**	1	$*^{V}$ **–0,5**	0
x_1	*6*	*150000*	***(1)***	*0,5*	0	*25*	0
←x_5	0	$*^{II}$ **400**	***0***	$*^{IV}$ **0,02**	0	$*^{VI}$ **-1**	1
Z_j-C_j →		900000	0	*-1* ↑	0	150	0

La intersección de la columna entrante con la fila de la saliente, da la ubicación del ***pivote*** (***0,04***), transformarlo en ***1,*** dividiendo la fila desde P_0 en adelante por el valor del pivote.

Las variables que estaban en la base, y siguen estando, no modifican su columna.

En la columna del pivote, el resto de los elementos son ***0***.

En la columna C_K, en la fila de la variable entrante, se pone el coeficiente que tiene dicha variable en la función objetivo (*6*).

Los espacios * se completan con determinantes 2x2, tomando como diagonal principal (mantiene el signo del producto) la que contiene al pivote (***1***).

(I) $\begin{vmatrix} 4800 & 0{,}02 \\ 150000 & (1) \end{vmatrix}$ =4800-(0,02*150000)=4800-3000=**1800**.

(II) $\begin{vmatrix} 15000 & (1) \\ 6400 & 0{,}04 \end{vmatrix}$ =6400-(150000*0,04)=6400-6000=**400**.

(III) $\begin{vmatrix} 0{,}02 & 0{,}04 \\ (1) & 0{,}5 \end{vmatrix}$ =0,04-(0,02*0,5)=0,04-0,01=**0,03**.

(IV) $\begin{vmatrix} (1) & 0{,}5 \\ 0{,}04 & 0{,}04 \end{vmatrix}$ =0,04-(0,04*0,5)=0,04-0,02=**0,02**.

(V) $\begin{vmatrix} 0{,}02 & 0 \\ (1) & 25 \end{vmatrix}$ =0-(0,02*25)= **-0,5**.

(VI) $\begin{vmatrix} (1) & 25 \\ 0{,}04 & 0 \end{vmatrix}$ =0-(0,04*25)= **-1**.

Para la fila Z_j-C_J, Efectuar los productos de C_K y los elementos de P_0, x_1, x_2, ..., sumando los productos de la misma columna y restando el coeficiente de la variable en la función objetivo:

P_0: (0*1800)+(6*150000)+(0*400)-0= 900000.
X_1: (0*0)+(6*1)+(0*0)-6= 0.
X_2: (0*0,3)+(6*0,5)+(0*0,2)-4= -1.
X_3: (0*1)+(6*0)+(0*0)-0= 0.
X_4: (0*0,5)+(6*25)+(0*(-1))-0= 150.
X_5: (0*0)+(6*0)+(0*1)-0= 0.

Para saber la variable que sale de la base, se dividen los coeficientes de P_0, por los de la columna de la variable entrante (**x_2**, valor *-1* en la fila Z_j-C_j).

x_3: 1800/0,03=60000; x_1: 150000/0,5=300000; **x_5: 400/0,02=20000** (←).

4. Construir el tercer cuerpo de la tabla: (Cambia variable saliente por entrante)

			6	4	0	0	0
BASES	**C_K**	**P_0**	**x_1**	**x_2**	**x_3**	**x_4**	**x_5**
x_3	0	*4800*	*0,02*	*0,04*	1	0	0
←x_4	0	*6000*	*0,04*	*0,02*	0	1	0
x_5	0	*6400*	*0,04*	*0,04*	0	0	1
Z_j-C_j →		0	-6↑	-4	0	0	0
x_3	0	1800	0	0,03	1	–0,5	0
x_1	*6*	*150000*	1	*0,5*	0	*25*	0
←x_5	0	400	0	(**0,02**)	0	-1	1
Z_j-C_j →		900000	0	-1 ↑	0	150	0
x_3	0	*[I] **1200**	0	*0*	1	*[III] **1**	*[V] **–1,5**
x_1	6	*[II]**140000**	1	*0*	0	*[IV] **50**	*[VI] **-25**
x_2	*4*	*20000*	0	(***1***)	0	*-50*	*50*
Z_j-C_j →		<u>**920000**</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>**100**</u>	<u>**50**</u>

El pivote es la intersección de x_5, x_2 (**0,02**), hacerlo (***1***)**,** dividiendo toda la fila por 0,02, desde P_0, mantener los valores que estaban en la base, el resto de la columna del pivote es *0*.

En la columna C_K, en la fila de la variable entrante se pone el coeficiente de dicha variable en la función objetivo (*4*).

(x_4): -1/0,02= *-50*; (x_5): 1/0,02= *50*;

Construir los determinantes con diagonal principal en pivote (***1***):

(I) $\begin{vmatrix} 1800 & 0,03 \\ 20000 & (1) \end{vmatrix} =\mathbf{1200}$; (II) $\begin{vmatrix} 150000 & 0,5 \\ 20000 & (1) \end{vmatrix} =\mathbf{140000}$;

(III) $\begin{vmatrix} 0,03 & -0,5 \\ (1) & -50 \end{vmatrix} =\mathbf{1}$; (IV) $\begin{vmatrix} 0,5 & 25 \\ (1) & -50 \end{vmatrix} =\mathbf{50}$;

(V) $\begin{vmatrix} 0,03 & 0 \\ (1) & 50 \end{vmatrix} = \mathbf{-1,5}$; (VI) $\begin{vmatrix} 0,5 & 0 \\ (1) & 50 \end{vmatrix} = \mathbf{-25}$;

Calcular la fila Z_j-C_j mediante la suma de productos C_K por la columna correspondiente menos el valor del coeficiente en la función objetivo:

$\underline{P_0}$: (0*1200)+(6*140000)+(4*20000)=<u>**920000**</u>.

$\underline{x_1}$: (0*0)+(6*1)+(4*0)-6= <u>0</u>; $\underline{x_2}$: (0*0)+(6*0)+(4*1)-4= <u>0</u>;

$\underline{x_3}$: (0*1)+(6*0)+(4*0)-0= <u>0</u>; $\underline{x_4}$: (0*1)+(6*50)+(4*(-50))-0= <u>**100**</u>;

$\underline{x_5}$: (0*(-1,5))+(6*(-25))+(4*50)-0= <u>**50**</u>.

5. Cuando en la última fila todos los valores son positivos, se ha llegado al resultado *óptimo,* la función objetivo está *maximizada*: *V*(x_1; x_2; x_3; x_4; x_5)*

   V*(140.000; 20.000; 1.200; 0; 0); Z=920.000.