

Sección:
A vueltas con los números

Título:
Calculadora para alumnos con dificultades en matemáticas.

Salvador Caballero Rubio y José Antonio Mora Sánchez

Resumen

Las calculadoras pueden ayudar en el aprendizaje a alumnos que un curso tras otro han sufrido fracaso y, por tanto, retraso en las matemáticas escolares. Se exponen experiencias desarrolladas a lo largo de los últimos años en la Comunidad Valenciana, la primera en la organización del Programa de Diversificación Curricular y la segunda una experiencia práctica en un grupo de tercero de Enseñanza Secundaria Obligatoria en el Instituto San Blas de Alicante.

Primera parte: La calculadora en los programas específicos de Atención a la diversidad en la Comunidad Valenciana.

Los alumnos que tienen dificultades en matemáticas son muchos y las causas son muy variadas. Analizaremos cómo se ha abordado parcialmente el problema desde el trabajo realizado en la Comunidad Valenciana en los programas específicos de atención a la diversidad en el Segundo Ciclo de la ESO: diversificación curricular y adaptación curricular en grupo.

Alumnos y profesores

Diversificación curricular se ofrece a alumnos de al menos 16 años que tienen serias dificultades para obtener el título de Graduado en Educación Secundaria si continúan en cursos ordinarios sin atender de forma eficaz sus necesidades y sus peculiaridades (estilos de aprendizaje, motivaciones, intereses, etc.). En diversificación curricular un objetivo importantísimo es conseguir que los alumnos obtengan ese título, algo que realmente tiene mucho aliciente para los alumnos, y crea buenas expectativas en el profesorado.

Adaptación curricular en grupo se ofrece a alumnos de 15 años que presentan "retraso escolar manifiesto asociado a problemas de adaptación al trabajo en el aula y a desajustes de comportamiento que dificulten el normal desarrollo de las aulas y que manifiesten un grave riesgo de abandono del sistema escolar". En adaptación curricular en grupo el objetivo es favorecer la integración en el centro y desarrollar capacidades de los objetivos generales de la etapa para que los alumnos puedan acceder a un programa de diversificación curricular o a un programa de garantía social. Para alumnos con estas características no son muchos los alicientes (pero, ¿qué se les puede ofrecer que tenga aliciente, fundamentalmente académico?), y crea otras expectativas en el profesorado.

En ambos casos se adapta la enseñanza a los alumnos en grupos reducidos, con profesores que imparten ámbitos, y en uno de ellos, el científico-tecnológico están incluidas las matemáticas junto a otras áreas de conocimiento. El profesor puede ser de matemáticas o de otras áreas científicas. Factores importantes tenidos cuenta han sido: el número de horas que cada profesor

contacto con los alumnos, y que los contenidos y la metodología pueden ser distintos a los grupos ordinarios de ESO.

Estos son dos programas en funcionamiento en estos momentos y la legislación que se está implantando hará que desaparezcan en la forma actual, pero el tipo de trabajo realizado con alumnos de las características descritas se realizará en otras formas legales que se establezcan, porque este alumnado lo seguiremos encontrando en los centros.

Este curso 2002-03 han funcionado 65 programas de adaptación curricular en grupo y 299 programas de diversificación curricular en la Comunidad Valenciana, lo que hace que se hable de más de 4.500 alumnos. La mayoría, del orden del 93 % en el último estudio realizado, ha obtenido el título de Graduado en Secundaria. Del programa de adaptación curricular en grupo no hay datos generales, su complejidad hace más complicado obtener datos de su funcionamiento, ya que depende mucho de la selección de los alumnos, del profesorado y de las expectativas que se creen.

En ninguno de los dos programas se encuentran alumnos que hayan ido siempre bien o que les guste las matemáticas, que hayan tenido un buen encuentro con ellas. Podría decirse incluso que, en general, odian las matemáticas y las identifican con gran parte del peso de su fracaso escolar, se llegan a creer inútiles para aprender matemáticas. Y se han hecho una idea de qué son y qué se puede hacer en ellas; fundamentalmente, calcular y operar. Con esa relación establecida es bastante normal que no quieran estudiar matemáticas y tengan un bloqueo hacia su aprendizaje, que normalmente se extiende a otras áreas. Como en cualquier relación maltrecha, y la de estos alumnos y las matemáticas lo está, habrá que actuar en la recuperación de esa relación, su reparación, para pasarla a un estado positivo que desbloquee y posibilite los aprendizajes.

Aunque cada programa tiene unas características, unos problemas y situaciones de partida y de actuación muy diferentes, una idea general que se ha tenido en cuenta es que cuantas más necesidades tiene un estudiante, más medios hay que poner a su disposición. Eso incluye los materiales, y significa que las aulas en las que se imparten estos programas hay algunos materiales adicionales, como un ordenador multimedia con impresora, algunos programas educativos, un retroproyector, armarios, y calculadoras gráficas: cinco de alumno y una proyectable. El aprovechamiento depende en gran medida del profesor.

Los contenidos

El ámbito científico plantea el trabajo matemático centrado en el papel fundamental de las matemáticas como instrumento de comunicación académico y social, que tiene sus propios aprendizajes específicos. Se rompe con la enseñanza específica de las matemáticas para plantear el trabajo en proyectos que incluyan la necesidad de integrar contenidos de las áreas que forman el ámbito. Se recomienda en general que el proyecto gire alrededor de la resolución de un problema o de la realización de una investigación, sobre un contenido de las ciencias, durante su estudio se requerirá el concurso de contenidos, de conocimientos matemáticos necesarios, alguno de los cuales necesitará un estudio específico que permita su comprensión más completa y su utilización adecuada, lo que requerirá por parte del profesor que imparte el ámbito un conocimiento de la didáctica de las matemáticas.

El profesor del ámbito científico puede ser de Matemáticas, de Física y Química, o de Biología y Geología, tiene unos conocimientos previos y no cambia fácilmente. Hemos sido educados en los algoritmos de lápiz y papel y parece que no sabríamos vivir sin ellos, parece que van pegados indisolublemente a la condición humana, incluso sería cuestión de investigación genética. Los algoritmos son muy eficaces, han permitido muchos avances científicos, y han funcionado bien durante generaciones, aliviando muchas preocupaciones de cálculo. Ha llegado a creerse que las operaciones son esos algoritmos de cálculo de lápiz y papel, que sin ellos no se puede llegar a tener un buen sentido numérico, unas buenas destrezas de cálculo. Y lo cierto es que son relativamente recientes en la historia. Se puede afirmar que todo profesor actual ha sido formado en estos algoritmos y cree que los alumnos actuales deben conocerlos y manejarlos, que se pueden enseñar, lo que implica necesariamente que se pueden aprender.

El problema es que tozudamente en contra de lo anterior, y en contra del profesor a veces, algunos alumnos no saben la tabla de multiplicar, ni operan correctamente en operaciones combinadas, ni con fracciones, y de lo demás, ni hablar. Se empeñan en no dominar esas destrezas básicas de cálculo y no concebimos que se deba dejar de insistir en ello, como se ha hecho siempre. No vamos a decir que esté mal seguir intentándolo, pero, quizás se debería probar de otro modo. Los alumnos de estos programas ya llevan muchos años de repetir y repetir algoritmos que no han llegado a comprender ni memorizar. Todos sabemos que es práctica extendida que cuando un alumno tiene dificultades para realizar los cálculos de referencia se le hace repetir hasta la saciedad ese mismo tipo de cálculos, incluso en clases separadas. Y ahí es donde cobra especial importancia contar con calculadoras gráficas. En las que centramos el tema.

Las calculadoras gráficas

La calculadora gráfica permite ver la operación completa, corta o larga, antes y después de realizarla. De esta forma se puede comprobar antes de hacer la operación que está bien tecleada, que no hay errores en la introducción de los números, de los paréntesis, de las operaciones que se realizan. Y después de realizarla permite comprobar, cuando hay discrepancias en el resultado, qué error se ha cometido, qué paréntesis afecta a más o menos de lo que debía afectar, etc. Y se analiza para corregir o reforzar lo necesario.

Además, permite realizar cálculos sencillos y complicados con la misma rapidez y efectividad (lo de complicados es para nosotros, para la máquina no). Es sabido que tendemos a dejar usar la calculadora cuando estimamos necesario su uso, y eso varía mucho de unos profesores a otros. También es sabido que muchos profesores no dejan usar la calculadora porque se utiliza incluso para operaciones que responden a la tabla de multiplicar o sumas o restas que son sencillas, y piensan que de esa forma no se ejercitarán en ese cálculo necesario.

Realmente simplifica mucho el cálculo con fracciones y decimales. Alumnos que no saben hacer cálculos con fracciones de pronto las hacen todas bien, sin aprender lo del mínimo común múltiplo. Prácticamente todas las operaciones que se exigen en la enseñanza obligatoria se pueden hacer sin error. Todo está en que se tecleen bien.

Por otra parte, debemos pensar en qué hacemos al operar, los algoritmos que utilizamos, y la relación que tienen con las operaciones. Los algoritmos con la calculadora gráfica son más eficaces que los de lápiz y papel, cada vez más reclaman su sitio. Para hacer bien un cálculo con la calculadora gráfica hay que desplazar la atención de la operación hacia la necesidad de operar. Y desbloquea mucho pensar que sólo tienes que saber qué operación debes realizar en cada situación. Todos sabemos que gran parte de la gente multiplica números de varias cifras sin saber por qué se desplaza la segunda fila de sumandos un lugar a la izquierda, como casi nadie puede explicar el algoritmo de la raíz cuadrada, que se ha enseñado con la excusa de que no siempre vamos a tener una calculadora a mano. Y no digamos las dificultades que tienen los alumnos para aprender a operar con fracciones de distinto denominador, cada operación con su algoritmo distinto, En cambio, para la calculadora gráfica el algoritmo es siempre el mismo: distinguir correctamente el orden de las teclas. Los algoritmos son más fáciles, menos cantidad y más eficaces. No debemos olvidar que las operaciones no las hace la máquina sola, que necesita de alguien que le indique qué tiene que hacer en cada momento, y eso hay que aprenderlo.

La calculadora gráfica tiene muchas teclas, con el consiguiente atractivo para los jóvenes, lo identifican con algo moderno. Aunque haya algunas que no saben para qué están, no les molestan, les gusta utilizar la calculadora. Lo que es un fastidio real para los profesores no lo es para los alumnos, que saben convivir con aparatos con funciones que no controlan totalmente y que requiere tiempo conocerlos. Aprenden rápidamente secuencias de teclas, algoritmos de funcionamiento. Pueden no saber cuánto es 7 por 8 pero sí realizar una operación que no se obtiene de forma directa, como una raíz cuarta, ... No tienen miedo a probar y memorizan con facilidad algoritmos de uso que les son útiles. Y se ayudan entre ellos cuando aprenden a manejarlas, lo que se debe aprovechar didácticamente. Que aprendan algoritmos de cálculo con calculadora gráfica debería alegrarnos, y si consideramos que los de lápiz y papel son imprescindibles, intentémoslo a continuación. Hemos comprobado que bastantes alumnos quieren aprender también los algoritmos tradicionales, porque los hacen sus amigos, porque es un conocimiento compartido socialmente.

Además, son motivadoras, los alumnos creen que son eficaces, que no fallan, confían en ellas (empiezan comprobando que suman bien, que se saben la tabla de multiplicar, que hacen fracciones elementales,...). Tienen algo en que confiar. No se fían de ellos mismos, después de tanto fracaso y tanto demostrarles y recordarles que son inútiles realizando cálculos. Tener una tranquilidad en que las operaciones se van a realizar bien desplaza la tensión del aprendizaje hacia otros contenidos.

Hay contenidos matemáticos que son claras barreras matemáticas que aparecen constantemente en estos programas. Una barrera numérica es la tabla de multiplicar y, con ella, los algoritmos de multiplicar y de dividir. Para muchos alumnos la dificultad de recordar la tabla se presenta junto a la dificultad de reconocer los números, leerlos y escribirlos. Otras grandes barreras, mucho más altas –por el número de alumnos que muestran problemas para saltarla con éxito escolar-, la encontramos en el cálculo de operaciones combinadas, del tipo $(3 + 15) - 8(-4) : (.) : (.)$. Y el cálculo con fracciones, porcentajes y decimales, mucho más ya si se combina todo lo anterior. Normalmente esto ha marcado la gran separación entre los que han seguido avanzando en matemáticas

para acceder a otros contenidos y los que se quedan estancados en la repetición de los contenidos numéricos hasta que consigan aprenderlos, cosa que a veces no ocurre.

Algunas consideraciones sobre el profesorado que tiene la calculadora gráfica en el aula ya que la dotación de estos programas incluye 5 de alumnos y una de profesor proyectable.

Hay profesores que la ven muy compleja, más adecuada para alumnos que sepan más matemáticas ya que puede hacer muchas cosas, no para los que tienen dificultades. Estos en todo caso se apañarían con una calculadora elemental de cuatro operaciones, y además, para usarla después de saber hacer las operaciones con lápiz y papel. El profesor necesita conocerla antes de llevarla a clase, ya que debe poder guiar con suficiente autoridad su manejo, debe dar las instrucciones con suficiente claridad y mostrar que la domina para que lo respeten. Por lo visto en los cursos de formación, en los que una parte se dedica a conocer la calculadora y a trabajar con ella las destrezas de cálculo, a los profesores les cuesta más aprender y mantener el conocimiento del manejo de la calculadora que a los alumnos. Cualquier clase muestra que los alumnos tienen una facilidad pasmosa para el manejo de dispositivos con teclas que responden inmediatamente al estímulo que provocan apretando esas teclas.

Al profesor le pesa la tradición, lo que ha aprendido y quiere que sepan sus alumnos. Los métodos que conocemos y en los que confiamos aunque utilicemos cada vez menos, han enraizado profundamente y queremos que todos los conozcan y practiquen con soltura. Se puede aprender a calcular de una nueva forma sin que se tambalee la seguridad que proporcionan los algoritmos tradicionales, pero necesitamos materiales de trabajo y la oportunidad de reflexionar sobre ellos con otros profesores en cursos o seminarios. La experiencia nos muestra que los profesores que plantean reticencias en la utilización de estas calculadoras, una vez que las llevan a clase, a veces con la ayuda de los mismos alumnos, ya no dan marcha atrás.

El trabajo numérico con calculadoras gráficas

Se les da una calculadora gráfica a cada alumno y se les enseña a manejarla. Saben introducir los números rápidamente, realizar las operaciones básicas sin problemas, $2+4$, $2*5$, (operaciones básicas de verdad que ellos controlan). Luego con números más grandes,... a menudo hay problemas con los números grandes, que no saben escribir bien, les cuesta leerlos.

Luego se les enseña a hacer cálculos de fracciones elementales $1/2 + 1/2$, $1/2 + 1/3$, con la calculadora las hacen bien. Más tarde operaciones combinadas, que es lo máximo que aspiraríamos. No saben cómo, es verdad, pero las hacen bien, obtienen todos el mismo resultado (que debe ser el correcto, ya que en el primer momento las operaciones básicas que controlaban, las hacía bien la calculadora, este es el nivel de confianza necesario en la máquina), y cuando se obtienen resultados dispares, se estudia qué pasa. En poco tiempo la felicidad se instala en la clase, en la cara de los alumnos, no se lo creen. Ellos, por los que nadie daría un duro, que han fracasado en ese tipo de cálculos, y que ése ha sido una de las causas por las que han ido por la senda del fracaso repetido, hacen bien estas operaciones. Y una buena sensación se instala también en los profesores que han dirigido la situación, sin saber qué pasaría. Uno dice a los alumnos que para qué quieren la calculadora, que sean ellos

los que propongan para qué la quieren. Después del ¿yo? incrédulo de un alumno, de pensar que puede proponer el problema, se oye a otro decir, ¿y yo, puedo?. Claro. ¿Y qué pensáis los que leéis esto que querían proponer? ¿Para qué querían la calculadora?...

Sale el alumno a la pizarra y escribe una operación múltiple, una operación tras otra combinadas con paréntesis, que se va alargando ... hasta que se acaba la pizarra. Se para, mira y escribe el igual en el marco, porque ya no le caben más números y operaciones. Y a los demás les parece bien y la hacen, luego proponen otras igualmente descabelladas. Como las que ponemos los profesores, no porque sean necesarias para realizar algún cálculo concreto, sino para que practiquen algo que los alumnos deben aprender. Ahora, ¿saben estos alumnos más de lo que sabían?. Ellos creen que sí, y los profesores también.

El acercamiento a los números y el cálculo numérico mediante las calculadoras gráficas es simplemente una gran oportunidad para facilitar una nueva relación de los estudiantes con los números, el cálculo y las operaciones, y por ende, con las matemáticas y el aprendizaje en general.

En el programa de diversificación curricular el uso habitual de las calculadoras gráficas facilita el cálculo numérico y posibilita el trabajo con relaciones funcionales, la interpretación de gráficas, la realización de estudios estadísticos y todo ello con datos reales tomados con dispositivos que se conectan a la calculadora gráfica como se muestra en proyecto de innovación educativa de L. Botella y S. Caballero (1990).

Segunda parte: Una experiencia en la clase de matemáticas.

Durante el curso 2002-3 se ha realizado una experiencia en clases normales en el IES Sant Blai de Alicante con un grupo de 20 alumnas y alumnos de tercero de ESO en la que hemos utilizado las nuevas tecnologías como elemento habitual en la clase de matemáticas.

Aspectos organizativos

En la Comunidad Valenciana los centros disponen de unas horas de refuerzo para las asignaturas instrumentales (lengua española, valenciano y matemáticas) que se suelen utilizar para atender a alumnos que presentan dificultades. Como el número de horas destinadas a estos fines suele ser de una por cada dos grupos, lo usual es que se utilice para que en algunos cursos el profesor de refuerzo saque a un grupo reducido de alumnos de la clase, y realice tareas con ellos con el fin de que puedan seguir el mismo ritmo que el resto.

Este sistema presenta ventajas pero también algunos inconvenientes: en primer lugar separamos a un grupo de alumnos del resto de la clase y los volvemos a incorporar a la clase siguiente con los consiguientes problemas de organización del conjunto de la clase. Por otra parte, las dificultades serias de un alumno que lleva ocho años de escolaridad, a veces con un retraso escolar considerable, no es posible resolverlas con una hora a la semana. Por último, las dificultades derivadas de la falta de motivación no suelen tener remedio en un pequeño grupo en el que se dedica el esfuerzo a los aspectos más instrumentales de la materia. Además, los que quedan en la clase han seguido su ritmo, que suele ser más rápido y el desfase se incrementa.

En nuestro centro decidimos organizar este curso una experiencia en otro sentido: seleccionamos dos grupos de alumnos y les hicimos coincidir las

clases de las asignaturas en las que se iba a realizar el refuerzo. A esos cursos se les asignan tres profesores y, en lugar de tener dos grupos de 30 alumnos, se formarán tres grupos de 20. Estas agrupaciones cuentan con un menor número de alumnos y pueden ser flexibles, cambiar a lo largo del curso.

La formación de los grupos también fue objeto de debate, en algunas asignaturas como el inglés o la lengua española se decantaron desde el principio por hacer grupos homogéneos según niveles de conocimiento al considerar que así se puede atender mejor a las necesidades individuales de los alumnos. Los profesores de matemáticas siempre habíamos pensado que los inconvenientes de esta opción no compensaban las posibles ventajas ya que el seleccionar a un alumno para un grupo de nivel bajo, normalmente marca las expectativas que se tienen de él y su respuesta ante las dificultades. Por otra parte, cualquier grupo pretendidamente homogéneo en matemáticas deja de serlo al poco tiempo ya que las diferencias en matemáticas tienen orígenes muy variados. La opinión del departamento siempre ha sido de aprovechar estas agrupaciones para reducir el número de alumnos en clase y tener grupos heterogéneos que podamos atender mejor.

En dos de los grupos en los que íbamos a hacer agrupaciones flexibles detectamos un grupo numeroso de alumnos con adaptaciones curriculares significativas con deficiencias evaluadas en cursos anteriores que suponían en algunos casos varios cursos de retraso escolar. Para contrastarlo se pasó una prueba de matemáticas a partir de cuestiones del TIMSS extraídas del estudio que el Instituto Nacional de Calidad y Evaluación ha colocado en las páginas de Internet <http://www.ince.mec.es/timss/>. Decidimos formar una agrupación de estos dos cursos con aquellos alumnos a los que se les hubiera detectado adaptaciones curriculares significativas o bien tuvieran un porcentaje de respuestas correctas inferior al 40% en la prueba específica de matemáticas. De esta forma los otros dos grupos resultarían algo “mejores”.

Diagnóstico de los conocimientos de los alumnos.

La formación de un grupo de estas características permitía hacer un currículo adaptado al nivel de la mayoría de los alumnos y llegar a un acuerdo con la profesora de Pedagogía Terapéutica para que desarrollara su trabajo en la misma aula de matemáticas. Su trabajo consistiría en actuar algunas veces como observadora del funcionamiento de la clase y en la mayoría de los casos como profesora de apoyo atendiendo a un grupo o a toda la clase en coordinación con el profesor de matemáticas, sobre todo en las fases de trabajo individual o en grupo en que los alumnos pueden solicitar ayuda de ambos.

La prueba del TIMSS tiene la gran cualidad de analizar no sólo qué matemáticas conocen los alumnos, sino también las que son capaces de utilizar. Nos sirvió para detectar algunas de las dificultades de los alumnos:

- Escasos conocimientos matemáticos
- Dificultad para usar las matemáticas que conocen.
- Falta de destrezas básicas.
- Dificultad de comprensión de los enunciados.

Después de unos días de trabajo pudimos comprobar que no eran las únicas dificultades de estos alumnos y que detrás se escondían otras que se refieren más al entorno escolar y social.

- Dificultad para mantener la atención en clase
- Ausencia de hábitos de trabajo.

- Falta de interés y motivación.

Tanto las carencias en conocimientos como las de tipo social dan lugar a que las actitudes de los alumnos ante las matemáticas sean negativas, no son buenos en matemáticas y la confianza de los estudiantes en sus propias capacidades es escasa. De esa manera es muy difícil ponerse a estudiar matemáticas.

Los alumnos llegan con ocho años de escolaridad previa, habrán realizado más o menos esfuerzo y sus profesores seguramente habrán intentado enseñarles ciertos conocimientos y destrezas. Si no han conseguido ciertas habilidades –algunos no han conseguido aprender las tablas de multiplicar, no distinguen el orden en que se realizan las operaciones o no saben elegir la operación adecuada que resuelve una situación-. Hay autores que consideran que el que las calculadoras posibiliten realizar operaciones sin tener las destrezas de cálculo puede significar un atraso ya que el profesor puede dejar de enseñarlas ante las dificultades de aprendizaje. En nuestro caso nos pareció que si los alumnos no dominaban ciertas destrezas básicas con 14 años, a pesar del empeño de sus profesores de cursos anteriores, ¿por qué íbamos a conseguirlo nosotros ahora?.

Utilización de las nuevas tecnologías en la clase de matemáticas.

Si de algo nos tienen que servir los recursos que incorporamos a la clase es para suplir ciertas dificultades de los alumnos y de esa forma posibilitar el que puedan hacer matemáticas para centrarse en los aspectos que consideramos más importantes. Como señala Hans Freudenthal, *Lo que buscamos no son calculadoras ni ordenadores como tecnología educativa, ni como educación tecnológica, sino para despertar y aumentar el entendimiento matemático.*

En números dejamos de lado los algoritmos para la realización de operaciones y nos centramos en las relaciones numéricas y entre operaciones. Las calculadoras se utilizan para obtener resultados y para proporcionar confianza a los estudiantes, pero su tarea fundamental es la de sugerir nuevas formas de abordar las situaciones. En algunos casos se aprovechan para sugerir nuevos problemas. La idea básica que ha guiado esta experiencia es la expuesta por M. Girling: *La competencia numérica básica consiste en la habilidad para utilizar sensatamente una calculadora de cuatro operaciones.*

Además de la calculadora, a lo largo del curso se introduce un amplio abanico de recursos en forma de nuevas y viejas tecnologías.

- En geometría se combina la geometría clásica y manipulativa que utiliza la regla y el compás con la geometría dinámica realizada con el programa Cabri II que posibilita la realización de animaciones, También se une la construcción real de los poliedros con barras de aluminio con la observación y estudio de animaciones java de estos mismos poliedros y otros más complejos.
- En álgebra se aprovecha la disponibilidad de calculadoras que tienen varias líneas de trabajo para realizar tareas de obtención de relaciones generales y fórmulas.
- En funciones se utiliza la calculadora gráfica unida al CBL para ayudar a la comprensión, interpretación y construcción de gráficas en situaciones que les son familiares.

Las nuevas tecnologías se han utilizado para construir un currículo adaptado al nivel de los estudiantes que, estamos seguros de que no obra milagros, pero que intenta sacar lo máximo posible de la mayoría de ellos.

Números:

La selección de los problemas nos pareció uno de los aspectos importantes para el primer trimestre: debían ser atractivos, el enunciado debía captar la atención de los estudiantes desde el principio y permitirles trabajar a distintos niveles de forma que todos pudieran sentir que eran capaces de abordarlos con los conocimientos que tenían. Evidentemente, unos podrían llegar más lejos que otros.

Un buen ejemplo de enunciado de este tipo es el de la derecha

Se pide a los alumnos que organicen una tabla de este tipo colocando los números, y las sucesivas potencias y que describan las regularidades que encontró Le Lionnais.

En primer lugar nos dimos cuenta de que, para obtener 7^3 , multiplicaban 7 por sí mismo tres veces aunque tuvieran el resultado de 7^2 y esto se agravaba al calcular las cuartas, quintas y sextas potencias. Este era uno de los primeros motivos de reflexión, la utilización de las calculadoras no ahorra trabajo.

Esta situación se daría posteriormente varias veces a lo largo del curso, la más llamativa la produjo Virginia que, para multiplicar 25 por 2 estaba utilizando la calculadora. Le llamé la atención para preguntarle si realmente la necesitaba. Intentaré transcribir el diálogo que se produjo en clase:

-Profesor: ¿Realmente necesitas utilizar la calculadora para hacer esa multiplicación?

-Virginia: Si, claro

-Profesor: Te lo pregunto de otra forma, Si tu padre te da 25 € en una mano, y tu madre te da otros 25 € en la otra, si juntas las dos manos, ¿necesitas una calculadora para saber cuánto dinero tendrás al juntarlas?

-Virginia: No

-Profesor: ¿Y en clase si?

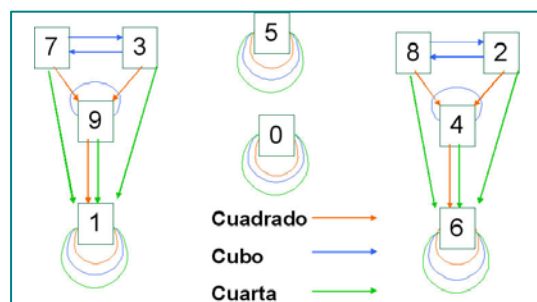
-Virginia: Si

El estudio de las propiedades de cada fila de potencias intenta relacionar los aspectos numéricos con los estéticos como son la simetría, la paridad o el orden. Es curioso comprobar las dificultades que tienen para utilizar un término geométrico como la simetría en un contexto numérico

Si las quintas potencias son iguales a las primeras, tenemos la explicación de la desilusión de Le Lionnais, pero también surgen de aquí nuevos problemas que plantear a los alumnos, ¿qué números tendrá la fila 127?, ¿y la 1413?, que llevan a preguntarse por los restos de la división y encontrarles sentido práctico.

Las potencias terminan en

- Cuando el matemático francés Le Lionnais era niño, estaba una mañana jugando con los números y sus operaciones, los colocó ordenados del 1 al 9 y miró la cifra en la que acaban sus cuadrados... se llevó una agradable sorpresa. Los cubos no estaban mal. Siguió con las cuartas potencias, pero la desilusión llegó con las quintas. El juego había terminado.



El trabajo puede acabar con la búsqueda de semejanzas en el comportamiento de los números en cuanto a la cifra en la que acaban sus cuadrados, cubos y cuartas potencias, aquí encontramos dos grupos diferenciados que tienen un esquema idéntico. Esto forma parte de la “magia” de los números y esta puede ser una puerta de entrada para nuestros estudiantes.

Faltan cifras es otro enunciado que también puede mostrar la forma de trabajar que se propone a la clase. Consiste en la búsqueda de cifras que han desaparecido después de haber realizado una operación, para resolverlo es obligatorio utilizar calculadora pero siempre después de haber reflexionado sobre las condiciones del enunciado.

Esta primera actividad se resuelve dialogando con toda la clase para que vayan aportando sugerencias.

Después se amplía a nuevas situaciones en las que las condiciones van variando, si en la primera actividad se trata sólo de ver qué números hay que multiplicar por 3 para que acaben en 1, más tarde se les proponen otros en los que hay que revisar las relaciones entre las operaciones, el papel de los paréntesis y también alguno que no tiene solución. La tendencia “natural” de los alumnos con una calculadora sería el probar y probar, por eso se introduce la broma del pago de un euro por operación. Si los alumnos deben realizar el mínimo número de operaciones con la calculadora (no es válido hacerlas de ninguna otra forma) se verán obligados a buscar estrategias de resolución. Por si no basta con lo anterior, se les pide además que describan por escrito las estrategias de resolución que han utilizado y sus razonamientos.

Este trabajo se completa con otro en el que los números están completos y lo que faltan son las operaciones para colocar el punto de mira en la estimación y el cálculo mental.

El tercer problema es una investigación clásica en las clases de matemáticas que propone conseguir los primeros números naturales utilizando cuatro cuatros. Con ella se pretende relacionar la escritura de las operaciones con lápiz y papel con la de las calculadoras. Un amplio comentario de esta actividad se puede encontrar en Mora (1994).

El trabajo con números se amplía con el estudio de porcentajes siempre relacionados con las ideas de fracción y número decimal

De forma más resumida veremos el trabajo que se ha realizado con nuevas tecnologías en otros bloques del currículo

Geometría:

Se ha intentado conectar la manipulación de materiales clásicos: regla y compás, espejos o mosaicos que se ha realizado en clase dos días a la semana con el tercero en que nos íbamos a trabajar al aula de informática con el

Faltan cifras

- Cada caja representa una cifra

$$93 \times 8 \square = 8 \square \square 1$$

- Reglas de juego:

- Por cada operación con la calculadora se ha de pagar 1 €
- No basta con dar la solución, hay que explicar cómo se ha llegado a ella

Los cuatro cuatros

- Sólo puedes utilizar 4 cuatros y las teclas de operación +, -, x, : Hay varias formas de conseguir el 0

$$4+4-(4+4)$$

$$\frac{4}{4} - \frac{4}{4}$$

$$44 - 44$$

Consigue los números del 1 al 10

programa de geometría dinámica Cabri II. Se inicia con una investigación geométrica con enunciado sencillo como es la construcción de polígonos de área la mitad del cuadrado con ciertas condiciones.

La ventaja de Cabri es que con muy pocos conocimientos previos del programa pueden llegar a construir sus propios diseños. Esto permite que podamos combinar el trabajo habitual en clase realizando bocetos de las soluciones con lápiz y papel o más cuidadas con regla y compás e ir un día a la semana al aula de informática a trasladar los diseños al ordenador.

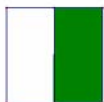
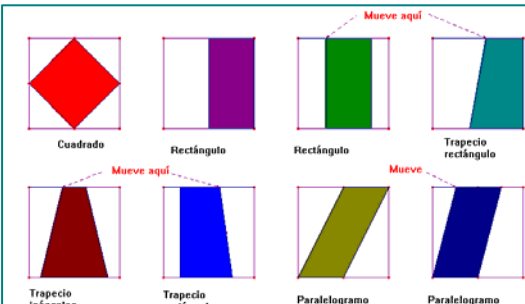
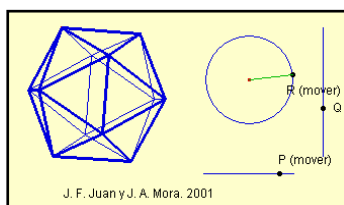
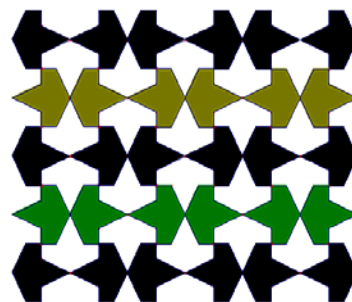
Una investigación de estas características permite profundizar en algunas ideas como la importancia de la geometría elemental en el currículo de Secundaria, el papel de la demostración en las matemáticas a estas edades, la utilización de las fórmulas para el cálculo de áreas y los contenidos algebraicos en geometría, la necesidad de que los alumnos hablen y escriban sobre los contenidos matemáticos.

Los diseños obtenidos se pueden utilizar como baldosas que, mediante desplazamientos, rotaciones o simetrías darán lugar a mosaicos que en un principio suelen ser muy sencillos pero que, gracias a las facilidades que ofrece este programa, se pueden complicar cuanto queramos y diseñar muchos de los mosaicos que encontramos en el arte islámico y más concretamente en la Alhambra, incluso con la posibilidad de introducir animaciones que van modificando poco a poco la forma de las baldosas.

Para el estudio de la geometría del espacio se construye el omnipoliedro (la estructura formada por los cinco poliedros regulares encajados uno dentro de otro). El trabajo se realiza en tres fases:

- En la primera se realiza un trabajo manipulativo con el material didáctico Geomag formado por barritas imantadas de colores (aristas) y bolas de acero (vértices) con los que se pueden construir los armazones de los poliedros.
- En la segunda fase se estudian los poliedros realizados con animaciones java de archivos previamente elaborados con Cabri.
- Por último se construyen los poliedros con barras de aluminio unidas por los vértices con bridas. Las longitudes de las barras se han diseñado para que los poliedros encajen uno dentro de otro.

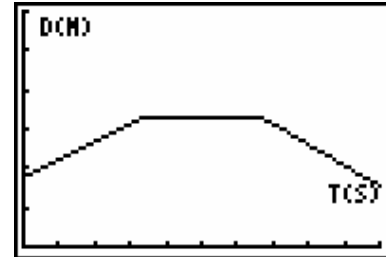
Dado un cuadrado, una forma de conseguir, dentro de él, un polígono cuya área sea la mitad, consiste en tomar los puntos medios de dos lados opuestos y unirlos con un segmento

Gráficas

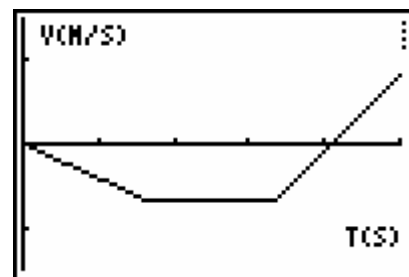
Hasta ahora hemos mostrado un papel de las calculadoras y los ordenadores como complemento del trabajo realizado por los alumnos. La mayor parte se puede realizar sin estas herramientas tecnológicas: las investigaciones numéricas se pueden hacer con cálculo mental y algún que otro cálculo escrito, las geométricas con regla y compás, de hecho antes las hacíamos con muchos menos medios. En los casos anteriores se han usado las nuevas tecnologías como elemento motivador para los estudiantes y para sugerir nuevas preguntas acerca de los temas que estábamos tratando, mucho más que para resolver los problemas planteados.

Un caso distinto es la utilización de las calculadoras gráficas junto con el CBR en el estudio de relaciones posición-tiempo para la construcción de gráficas reales basadas en experiencias que ellos mismos pueden realizar. Después de un pequeño entrenamiento de cinco minutos en la utilización de estos aparatos, se les pide que intervengan ellos mismos para construir la gráfica de un movimiento. En primer lugar se les da la gráfica de un posible movimiento y los alumnos tienen que utilizar su propio cuerpo para realizar una serie de desplazamientos por la clase acercándose o alejándose del sensor. Desde que se marca el inicio de la experiencia, el tiempo se mide en el eje de abscisas y el alumno debe decidir si ha de acercarse, quedarse quieto o alejarse y hacerlo con mayor o menor rapidez para que cada par de valores (tiempo transcurrido, distancia al sensor) marque un punto que se aproxime a la gráfica propuesta.



Este tipo de trabajos es muy interesante porque ayudan a que los estudiantes se den cuenta de que una gráfica no es el dibujo de una situación sino la relación entre dos variables y les proporciona herramientas para valorar lo que se está midiendo en los ejes y cómo se establecen las conexiones entre ellos con el trazado de la gráfica.

Cuando dominan las gráficas posición-tiempo, se complica la situación al proponer la relación velocidad-tiempo que les supone una dificultad mucho mayor. Ahora deben interpretar la gráfica en términos de aumentar o disminuir la velocidad con la que se acercan al sensor o se alejan de él.

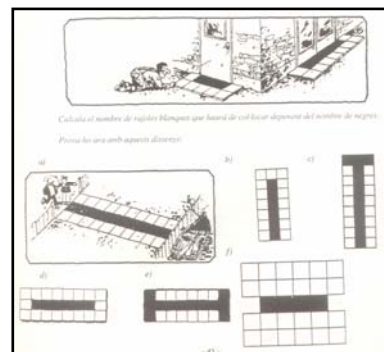


Algunas dificultades:

Una de las cosas que más ha costado ha sido el mantener la atención en clase. El modelo de enseñanza utilizado ha partido normalmente de una muy pequeña explicación del profesor que daba paso al trabajo personal de exploración de la situación por parte de los alumnos en clase. Cada cierto tiempo se realiza una pequeña puesta en común de las conclusiones a las que han llegado los alumnos para conseguir una conciencia clara en clase de que estamos avanzando en la solución del problema planteado y en el aprendizaje de las matemáticas. Es en este punto donde los alumnos se perdían entre las explicaciones y pronto dejaban de atender. Se intentó resolver haciendo puestas en común más cortas y frecuentes. Incluso alguno de los contenidos mate-

máticos hubo de ser recortado en su momento ya que las dificultades de los alumnos lo hacían inaccesible para ser alcanzado este curso, en ese momento estábamos haciendo una adaptación del currículo a los alumnos.

En un momento determinado los alumnos, por medio de la tutora, pidieron una explicación de por qué los otros alumnos estaban “dando” progresiones mientras ellos estaban trabajando con problemas de baldosas de colores en los que se pedía obtener una fórmula. Hubo que explicarles que las progresiones ellos las estaban viendo de otra manera, integradas en otros contenidos y que el poder aprender más o menos matemáticas no dependía tanto de lo que corriera el profesor, sino del trabajo personal que cada uno realiza y lo que se aporta a la clase.



En general se ha notado una gran mejoría en el trabajo en clase a lo largo del curso. Ha costado que los alumnos lleguen a considerar el aula como un lugar en el que se está haciendo un trabajo entre todos los componentes de la clase. Las dificultades que tienen y el retraso escolar no tiene una única causa, les resulta muy difícil mantener la atención sobre un trabajo que les cuesta comprender y que sólo lo realizan cuando tienen al profesor (en este caso a la profesora de pedagogía terapéutica y al profesor de matemáticas) pendientes de ellos insistiéndoles para que lo hagan, que piensen, que saquen conclusiones, que escriban lo que han conseguido y el proceso seguido, que redacten sus ideas. Si no es estando encima de ellos constantemente, dejan de trabajar.

Fruto de lo anterior es que muy pocos han realizado el trabajo para casa con regularidad. En clase si han conseguido un buen ambiente de estudio, sobre todo en las fases de trabajo personal y de pequeños grupos, cuando se van a casa ya no tienen a esas personas que les ayudan a comprender lo que se pide en las propuestas de trabajo e incluso algunos se quejan de que son sus propios padres los que les dicen “ya está bien de hacer matemáticas”, algo que como profesores nos resulta difícil de entender.

La utilización de las nuevas tecnologías en la clase de matemáticas tiene un efecto perturbador que no entraba en los planteamientos iniciales, obliga a poner en cuestión la jerarquía de valores en el currículo de matemáticas, ¿qué hacemos con las raíces?, ¿y con las fracciones?, ¿y con los decimales?, y aún podemos ir descendiendo a cuestiones cada vez más difíciles de responder, ¿cuánto tiempo dedicamos a la consolidación de ciertas destrezas?. Y también preguntas mucho más complejas: ¿cómo rastreamos en las dificultades de los estudiantes?, ¿cuándo dejamos de lado los algoritmos escolares de cálculo y nos dedicamos a comprender las matemáticas?, ¿cómo utilizamos las calculadoras para que aprendan más matemáticas?.

Como vemos, las calculadoras cuestionan nuestro trabajo y nos llevan a la raíz de un problema que se puede plantear de forma más general: ¿cuál es la alfabetización matemática que necesita una persona actualmente y en el futuro?, y con esto ya no nos ceñimos sólo al ámbito escolar, lo ampliamos a su vida social en la que tendrá necesidades cambiantes pero nunca necesitará hacer una multiplicación de dos números de tres cifras si no tiene una calculadora a mano.

Nos gustaría destacar el trabajo realizado por la profesora de Pedagogía Terapéutica, Mari Paz Martínez, por la colaboración que ha prestado el clase en la atención a los alumnos y especialmente por las sugerencias y comentarios al profesor de la clase al que ha aportado tanto una visión desde el interior del aula como el análisis de un observador externo.

Bibliografía

- A.T.M. (1985) Calculators. Readings in Mathematical Education. Sel. By D. Fielker. (A.T.M.: London)
- A.T.M. (1985) Calculators in the primary School. . Readings in Mathematics in School and Mathematics Teaching (A.T.M.: London)
- Botella, L. y Caballero, S. (1990). Matemáticas por proyectos en diversificación curricular. (Proyecto de innovación educativa. Generalitat Valenciana).
- Caballero, S. y Planelles, M^o.D. (1995). Programa de diversificación curricular: Ámbito científico-tenológico. (Generalitat valenciana).
- Caballero, S. y otros. Materiales de Reforma para toda la etapa de la ESO (4 cursos). Generalitat Valenciana.
- Cano, C.D. y Caballero, S. (2003) Las nuevas tecnologías en el aula: un ejemplo de aplicación con alumnos del pdc. (Revista Eines).
- Cockroft, informe (1984). Las matemáticas sí cuentan. (M.E.C.: Madrid).
- Fielker, D. (1986). Usando las calculadoras con niños de 10 años. (Generalitat Valenciana).
- Girling, M. (1977). Towards a definition of basic numeracy (Mathematics Teaching, núm 81)
- I.C.M.I. (1986). Las matemáticas en primaria y en secundaria en la década de los noventa. Simposio de Kuwait. (Mestral: Valencia).
- Mora, J.A. (1995). Calculadoras II. (Proyecto Sur. 2 puntos: Granada)
- Mora, J.A. (1998). Las calculadoras en la enseñanza de las matemáticas (Simposio de Granada)
- Mora, J.A. (2001). Un omnipoliedro para el Tossal de Alicante. (Concejalía de Educación del Ayuntamiento de Alicante).
- Stuart Plunkett (1979) 'Decomposition and all that rot'. (Mathematics in School 8(3), pp. 2-5)
- TIMSS (1997). Resultados españoles en el TIMSS. (INCE: Madrid)

ANEXO II

**ADAPTACIÓN CURRICULAR EN GRUPO
MATEMÁTICAS Y CIENCIAS DE LA NATURALEZA
EN EL ÁMBITO CIENTÍFICO**

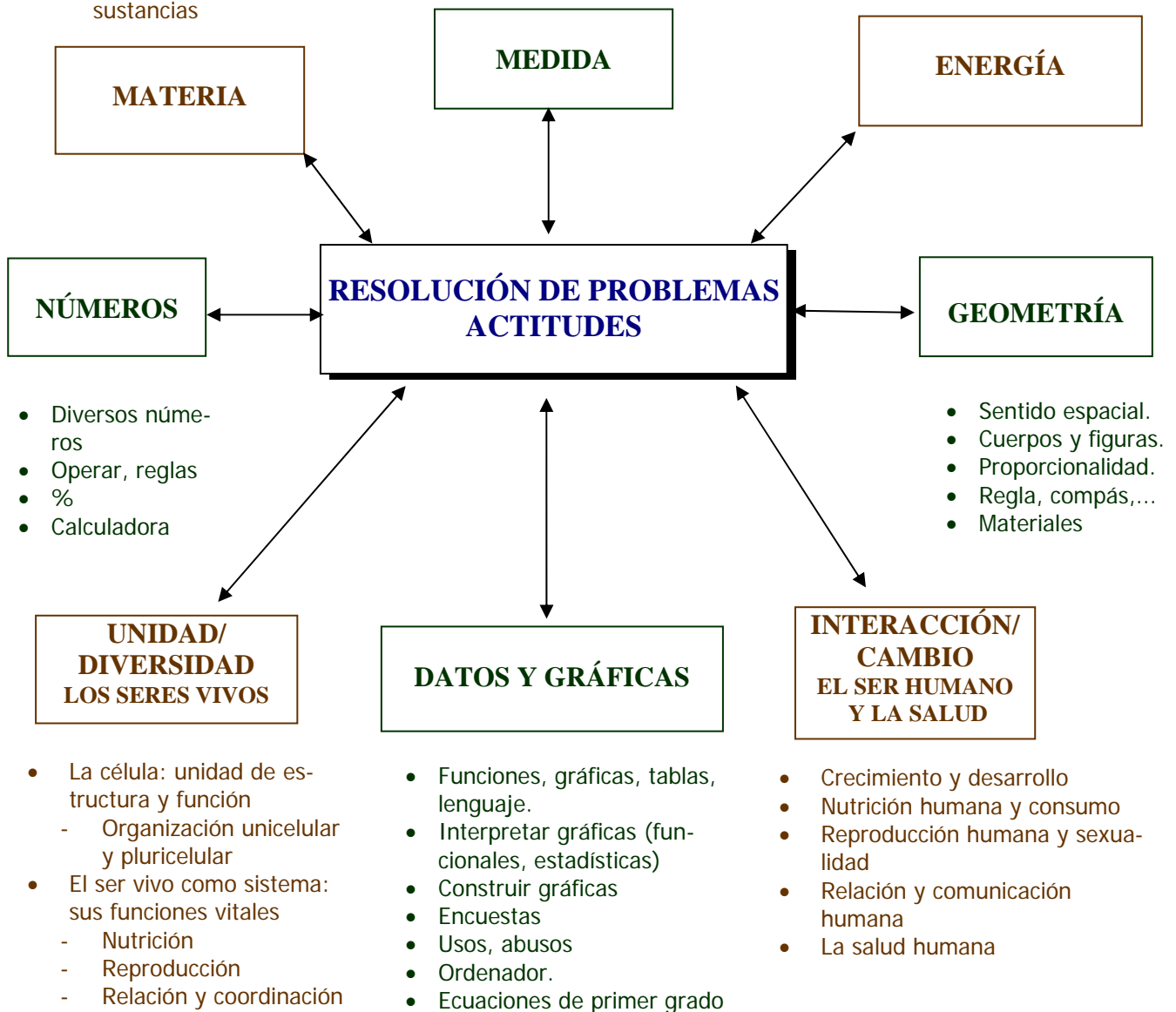
- Incidir en:**
- Comprensión, expresión
 - Procedimientos generales
 - Razonamiento
 - Práctica
 - Conexiones

- Mediante:**
- Propuestas integradas en el trabajo

- Los materiales:
Estructura
Propiedades
- Recursos materiales
- Las sustancias:
Estructura
Producción de nuevas sustancias

- Calcular, estimar.
- Uso de instrumentos de medida.
- Tiempo, ángulos.
- Longitudes, áreas, volúmenes.
- S.M.D.
- Probabilidad

- Transmisión de la energía
- Transformación de la energía
- Recursos energéticos



MATERIALES PARA EL DESARROLLO DEL ÁMBITO CIENTÍFICO

Cada profesor que participa en el curso de formación del profesorado de ámbito de diversificación curricular en la Comunidad Valenciana, que se prolonga todo el curso escolar, puede conseguir su cd con materiales que incluye:

Fundamentación del ámbito y orientaciones para la programación

- Carpeta verde editada: Bases curriculares del Ámbito Científico y Propuesta de programación.
- Anexo XI de la Orden de Atención a la diversidad.

Proyectos elaborados

- La Tierra en el Sistema Solar.
- La Atmósfera, nuestra capa protectora.
- Estudio de un ecosistema
- Estudio de un ecosistema litoral: Cabo de las Huertas (Alicante) . Con un vídeo (no incluido en el CD).
- Proyecto tecnológico: Simulador de olas.
- **Materiales y recursos complementarios.** En el Cdrom se incluyen materiales:
 - ▶ Para cada proyecto.
 - ▶ Específicos de matemáticas. Selección de artículos y materiales de matemáticas editados por la Conselleria de Educación para la ESO y coeditados por el MEC.
 - ▶ El proyecto de innovación educativa: Matemáticas por proyectos en diversificación curricular.
 - ▶ Específicos de calculadoras gráficas.
 - ▶ Específicos para informática.
 - ▶ Memorias de profesores del ámbito científico de cursos de formación anteriores, con sus proyectos realizados durante un curso detallados.

El formato de los proyectos, y de la mayoría de los archivos, es en Word, para que pueda ser adaptado por cada profesor a sus condiciones específicas de trabajo. La idea fundamental es que es posible trabajar por proyectos y que se puede hacer un buen trabajo matemático.

